



Exercice 1

Etudier la dérivabilité de la fonction f en a dans les cas suivants :

$$\checkmark f(x) = \frac{2x+3}{x+2} ; a = -1.$$

$$\checkmark f(x) = \sqrt{2x-5} ; a = 3.$$

$$\checkmark \begin{cases} f(x) = x^2 + x + 1 ; x \geq 0 \\ f(x) = \sqrt{1-x} ; x < 0 \end{cases} ; a = 0.$$

Exercice 2

Donner l'expression de $f'(x)$, en précisant le domaine de définition et le domaine de dérivabilité, dans les cas suivants :

$$\checkmark f(x) = (x^2 + x - 2)\sqrt{x-1}.$$

$$\checkmark f(x) = \frac{3x+2}{x^2-x+2}.$$

$$\checkmark f(x) = \sqrt{2x^2+3x-2}.$$

$$\checkmark f(x) = \frac{2}{x+\sqrt{x-1}}.$$

Exercice 3

Donner l'équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse x_0 , dans les cas suivants :

$$1/ f(x) = x^2 - 3x + 2 ; x_0 = 0.$$

$$2/ f(x) = \sqrt{x+1} ; x_0 = 3.$$

$$3/ f(x) = \cos x + \sin x ; x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$4/ f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{2x - 1} ; x_0 = 1.$$

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = 3 - 3x - x^3 ; \text{ si } x \in]-\infty, 1[\\ f(x) = \sqrt{x^2 - 1} - 1 ; \text{ si } x \in [1, +\infty[\end{cases}$$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) Etudier la continuité de la fonction f à droite et à gauche en $x_0 = 1$

2) a) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite et à gauche en $x_0 = 1$, puis interpréter graphiquement les deux résultats

b) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]-\infty, 1[$

c) Montrer que le point $I(0, 3)$ est un point d'inflexion de la courbe (C_f)

3) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur \mathbb{R}

4) Etudier les branches infinies de la courbe (C_f)



5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]-\infty, 1[$ et que $\alpha \in]0, 1[$.

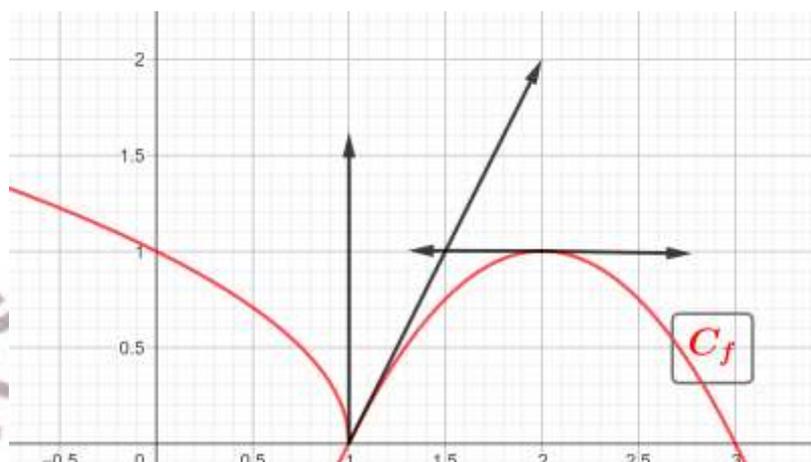
6) a) Déterminer l'équation de la tangente (T) au point $I(0, 3)$

b) Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 5

La courbe ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé

$(O; \vec{i}, \vec{j})$ sur l'intervalle $]-\infty, 3]$



1) Déterminer $f'(2)$ (justifier)

2) Déterminer $f'_d(1)$ (justifier)

3) La fonction f est-elle dérivable à gauche en 1 ? (justifier)

4) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$

5) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]-\infty, 3]$

Exercice 6

Déterminer l'ensemble de définition et l'ensemble de dérivabilité de la fonction f dans chacun des cas suivants, puis calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D_f$:

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + x - 7 \quad f(x) = \frac{3}{x} + \frac{3x^2 + 1}{x-1} \quad f(x) = \frac{7x-2}{3+x}$$

$$f(x) = (2x-5)^4 \quad f(x) = \sqrt{x} + 5x + 2 \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6} \quad f(x) = x^3 \sqrt{4x+1}$$

$$f(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{x+3} \quad f(x) = \sqrt{\frac{3x-5}{2-x}} \quad f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}} \quad f(x) = \sin(5x+2)$$

$$f(x) = \sin^3 x \quad f(x) = \sin(2x)\cos(3x) \quad f(x) = \tan x \quad f(x) = \tan(3x)$$

$$f(x) = x^2 3 \sin(2x) \quad f(x) = \sqrt[3]{x} \quad f(x) = \sqrt[3]{x^5} \quad f(x) = \sqrt[3]{3x^2 + x + 2}$$



$$f(x) = (x^2 - 3x + 5)^{\frac{3}{4}}$$

Exercice 7

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,1]$ par : $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$

- 1) Etudier la dérivabilité de la fonction f à gauche en $x_0 = 1$ puis interpréter le résultat graphiquement
- 2) Etudier la dérivabilité de la fonction f à gauche en $x_1 = 0$ puis interpréter le résultat graphiquement
- 3) Etudier la dérivabilité de la fonction f sur $]0,1[$
- 4) Montrer que $f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x(1-x)}}$
- 5) Dresser le tableau de variation de la fonction f
- 6) Construire la courbe représentative de f , (C_f) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

