

الأولمبياد الوطنية في الرياضيات 2027

مدة الإنجاز: ثلاث ساعات

تاريخ التقرير: الجمعة 14 فبراير 2025

المستوى: الجذع المشترك العلمي

ملحوظة هامة:

- يُدون المترشح (ة) على ورقة التحرير: اسمه (ا) ونسبه (ا) (بالحروف العربية وبالحروف اللاتينية)، تاريخ ميلاده (ا)، اسم المؤسسة واسم المديرية.
- يُمكن للمترشح (ة) تحرير أجوبة الموضوع بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الاختيار الذي يناسبه (ا).

Sujet	Subject	الموضوع
Problème 1 : Sur un écran, des entiers relatifs s'affichent l'un après l'autre suivant la règle comme suit : Si deux nombres a et b s'affichent dans cet ordre, alors le nombre qui s'affiche juste après est : $ab - 1$. • Si les nombres 1 et 2 s'affichent au début, quel nombre s'affiche-t-il à l'étape 2027 ?	Problem 1 : On a screen, integers are displayed one after the other following the rule as follows : If two numbers a and b appear in this order, then the number that appears right after is : $ab - 1$. • If the numbers 1 and 2 appear at the beginning, what number appears at step 2027 ?	المسألة 1: يتم عرض أعداد صحيحة نسبية على شاشة وفق القاعدة التالية: إذا تم عرض العددين a و b في هذا الترتيب، فإن العدد الذي يعرض بعد ذلك مباشرة هو: $ab - 1$. • إذا تم عرض العددين 1 و 2 في البداية، فما العدد الذي سيتم عرضه في المرحلة 2027 ؟
Problème 2 : Prouver que pour tous réels, $a, b, c > 0$, on a : $\frac{a}{b+3c} + \frac{b}{c+3a} + \frac{c}{a+3b} \geq \frac{3}{4}$	Problem 2 : Prove that for all real numbers, $a, b, c > 0$, we have : $\frac{a}{b+3c} + \frac{b}{c+3a} + \frac{c}{a+3b} \geq \frac{3}{4}$	المسألة 2: أثبت أن لكل أعداد حقيقية $a, b, c > 0$ لدينا: $\frac{a}{b+3c} + \frac{b}{c+3a} + \frac{c}{a+3b} \geq \frac{3}{4}$
Problème 3 : Soient Γ_1 et Γ_2 deux cercles de même centre O et de rayons respectifs r_1 et r_2 tels que $r_1 < r_2$ et A et B deux points de Γ_1 non diamétralement opposés. $[AB)$ coupe Γ_2 en un point C. La tangente à Γ_1 en A et la tangente à Γ_2 en C se coupent en un point D. La deuxième tangente à Γ_2 passant par D touche le cercle Γ_2 au point E. • Montrer que $[AD)$ est la bissectrice de l'angle $\angle BAE$	Problem 3 : Let Γ_1 and Γ_2 be two circles with the same center O and respective radii r_1 and r_2 such that $r_1 < r_2$ and A and B two points of Γ_1 not diametrically opposed. $[AB)$ intersects Γ_2 at a point C. The tangent to Γ_1 at A and the tangent to Γ_2 at C intersect at a point D. The second tangent to Γ_2 passing through D touches the circle Γ_2 at point E. • Show that $[AD)$ is the bisector of the angle $\angle BAE$	المسألة 3: لتكن Γ_1 و Γ_2 دائرتين لهما نفس المركز O، شعاعاهما على التوالي r_1 و r_2 بحيث $r_1 < r_2$، لتكن A و B نقطتين غير متقابلتين قطريا من الدائرة Γ_1. نصف المستقيم $[AB)$ يقطع Γ_2 في نقطة C. المماس ل Γ_1 في النقطة A والمماس ل Γ_2 في النقطة C يتقاطعان في نقطة D. المماس الثاني ل Γ_2 المار من D يلامس Γ_2 في النقطة E. • بين أن $[AD)$ منصف الزاوية $\angle BAE$
Problème 4 : Yahya et Hiba jouent à un jeu avec n cartes, posées sur une table, en respectant la règle suivante : • A tour de rôle, chaque joueur tire 1; 2 ou 3 cartes au plus. • Le joueur qui tire la dernière carte est gagnant. Déterminer, suivant les valeurs du nombre n, le joueur qui dispose d'une stratégie gagnante.	Problem 4 : Yahya and Hiba play a game with n cards, placed on a table, respecting the following rule : • In turn, each player draws 1; 2 or 3 cards at most. • The player who draws the last card is the winner. Determine, based on the values of the number n, the player who has a winning strategy.	المسألة 4: يلعب يحيى وهبة لعبة ب n بطاقة موضوعة على طاولة، وفق القاعدة التالية: • يقوم كل لاعب بالتناوب، بسحب بطاقة واحدة أو بطاقتين أو ثلاث بطاقات على الأكثر. • يعتبر اللاعب الذي يقوم بسحب آخر بطاقة فائزا. حدد، حسب قيم العدد n، اللاعب الذي له استراتيجية الفوز.