Concours commun d'accès en 1ère année ENSAM
Session de 24 juillet 2023

Epreuve de Mathématiques — **Durée : 2h15min**

Importants :

- Les calculatrices sont strictement interdites.
- Aucune question n'est permise pendant l'épreuve

Partie I : Questions à choix multiples (QCM)

Pour chaque question qui suit , cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses.

(Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = 0 pts)

(Question 1)

Dans l'intervalle $[1,\pi]$, l'équation $\ln(x)e^x - \cos(x) - 1 = 0$ admet :

A	B	C	D	E
Deux solutions	Une unique solution	Aucune solution		Autre réponse

(Question 2)

Pour $n \in \mathbb{N}$, on pose $S_n = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} - \dots - \frac{1}{3^n}$. Choisir la bonne réponse :

A	B	C	D	E
$S_n = \frac{3}{4} + \frac{(-1)^n}{4\times 3^n}$	$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\times 3^n}$	$\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = +\infty$	Autre réponse

(Question 3)

Soit $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2u_n} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$. Sachant que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante, choisir la bonne réponse :

A	B	C	D	E
$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est divergente	$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$		Autre réponse

(Question 4)

Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0 \; et \; f'(0) = \frac{1}{2}$.

Alors $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{f(x) + 2f\left(\frac{x}{2}\right) + \dots + nf\left(\frac{x}{n}\right)}$ est égale à :

A	B	C	D	E	F
n	0	$\frac{1}{n}$	$\frac{2}{n}$	$+\infty$	Autre réponse

(Question 5)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{e^{x^2} - \cos(x)}{x} \; si \; x \neq 0 \;\; et \;\; f(0) = 0$

et soit C_f sa courbe représentative. Choisir la bonne réponse :

A	B	C	D	E
				Autre réponse

(Question 6)

Soit $f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{x}} - \dfrac{\ln(x)}{1+x}$. La courbe représentative C_f de f admet en $+\infty$:

A	B	C	D	E
				Autre réponse

(Question 7) Pour $z \in \mathbb{C}$, on note par $M(z)$ le point d'affixe z. L'ensemble $A = \{M(z) / 2z + 2\overline{z} + z\overline{z} = 0\}$ est :					
A	B	C	D	E	F
					Autre réponse

(Question 8) Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ avec $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1cm$, on considère le plan (P) passant par O et de vecteur normal $\vec{n}(2,-1,3)$. La distance d du point $A(1,0,-1)$ au plan (P) est égale à :					
A	B	C	D	E	F
					Autre réponse

(Question 9) Pour $n \in \mathbb{N}$, on pose : $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n}dx$ et $J_n = \int_0^1 \frac{1}{1+x^n}dx$. Choisir la bonne réponse :				
A	B	C	D	E
				Autre réponse

(Question 10) Pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $a \in \mathbb{R}$, soit le polynôme $P = X^n + aX^{n-1} + aX^{n-2} + ... + aX + a$. Alors le nombre $P(1-a)$ est égal à :				
A	B	C	D	E

(Question 11) Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^*$ telle que $f(x-y) = f(x) \times f(y), \left(\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2\right)$. Choisir la bonne réponse :				
A	B	C	D	E
				Autre réponse

(Question 12) L'équation $1 + \cos(x) + \cos(2x) = 0$ admet dans l'intervalle $]-\pi,\pi]$:				
A	B	C	D	E
				Autre réponse

(Question 13) Dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation $x^2 - 3y^2 = 8$ admet :				
A	B	C	D	E
				Autre réponse

(Question 14) Le reste de la division euclidienne de 2022^{2023} est :			
A	B	C	D
			Autre réponse

(Question 15) Soit u le chiffre des unités du nombre entier naturel $4444^{6666} + 6666^{4444}$. Choisir la bonne réponse :				
A	B	C	D	E
				Autre réponse

Partie II : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Chaque réponse est notée sur 2pts)

(Question 16)

Une enquête faite auprès de la population étudiante d'un campus révèle : la population féminine représente 40% de la population totale, 60% des filles possèdent des compétences en soft skills et 20% des garçons sans compétences. Quelle est la probabilité P pour qu'un étudiant interrogé au hasard soit sans compétences ?

Concours commun d'accès en 1ère année ENSAM
Session de 24 juillet 2023

$P =$

(Question 17)

Une société de voyage marocaine propose aux touristes pressés une formule « Le Maroc en huit jours ». Il s'agit de visiter 4 villes principales, en passant 2 jours dans chaque ville. Ces villes sont Meknès, Fès, Taza, Rabat, Marrakech et Agadir, suivant le goût de chaque client. Quel est le nombre N de formules possibles ?

$N =$

(Question 18)

En donnant la forme géométrique et la forme algébrique du nombre complexe $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2-2i}$, déterminer la valeur de $\tan\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$:

$\tan\left(\dfrac{7\pi}{12}\right) =$

(Question 19)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $a, b, c \; et \; d$. Sachant que $a+c=b+d \; et \; \dfrac{c-a}{b-d}=i$. Donner la nature du quadrilatère ABCD.

ABCD est un :

(Question 20)

Calculer la limite $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ où $f(x)=\dfrac{e^{\frac{3}{\ln(x)}}}{\sqrt{x}-1}$.

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) =$

(Question 21)

Calculer l'intégrale $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos(x)-\sin(x)}{\cos(x)+\sin(x)}dx$.

$I =$

(Question 22)

Soit $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}\,e^{\frac{\pi}{2}}}{e^x+1}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ tel que $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=1cm$.

Calculer le volume V du solide engendré par la rotation de C_f autour de l'axe des abscisses et délimité par les plans d'équations $x=0 \; et \; x=1$.

$V =$

(Question 23)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'origine O, on considère la sphère S d'équation cartésienne : $x^2+y^2+z^2-2y-2z=0$. Déterminer l'équation cartésienne du plan (P) tangent à la sphère S au point O.

(Question 24)

On considère l'équation différentielle (E) : $y''-2y'+2y=\cos(x)+2\sin(x)$.

Sachant que la fonction $x\mapsto\cos(x)$ est une solution de (E), déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe représentative passe par l'origine O et ayant une tangente en O de coefficient directeur -1.

Concours commun d'accès en 1ère année ENSAM
Session de 24 juillet 2023

$y_0 =$

(Question 25)

Une boite de carton parallélépipède rectangle ouverte sur le dessus a un volume de $32cm^2$ et une arête de la base du dessous de longueur 4 cm. Quelles doivent être ses dimensions pour que sa surface totale soit minimale ?

$L = 4cm$
$l =$
$h =$