

Chapitre 10 :

LES STATISTIQUES

TABLES DES MATIERES

I- Vocabulaire de la statistique

II- Paramètres de position d'une série statistique

II-1- Mode d'une série statistique

II-2- Moyenne d'une série statistique

II-3- Médiane d'une série statistique

III- Paramètres de dispersion d'une série statistique

III-1- Etendue d'une série statistique

III-2- Variance d'une série statistique

III-3- Ecart-type d'une série statistique

IV- Graphes d'une série statistique

IV-1- Diagramme en bâtons d'une série statistique

IV-2- Histogramme d'une série statistique

IV-3- Diagramme circulaire d'une série statistique

I- VOCABULAIRE DE LA STATISTIQUE

- **La statistique** : est une méthode scientifique dont l'objet est de recueillir, d'organiser, de résumer et d'analyser des données d'une enquête, d'une étude ou d'une expérience pour tirer les conclusions logiques et de prendre des décisions adéquates
- **Population statistique** : est l'ensemble des individus définis par une propriété commune donnée.
- **Individu ou unité statistique** : c'est un élément d'une population statistique.
- **Caractère statistique ou variable statistique** : est l'aspect particulier que l'on désire étudier.
- **Caractère qualitatif** : est le caractère qu'on ne peut mesurer par des nombres. (Couleur des yeux ; le sexe ; la religion...)
- **Caractère quantitatif** : est le caractère que l'on peut mesurer par des nombres. (la taille ; les quantités ; les notes...)
- **Caractère quantitatif discret** : est le caractère qui prend un nombre de valeurs fini ou dénombrable. (Le nombre d'enfants par famille ...)
- **Caractère quantitatif continu** : est le caractère qui peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle donné.
- **Classe** : est une portion de l'intervalle auquel appartiennent les valeurs du caractère étudié.
- **Effectif n_i** : est le nombre d'individus dans une population statistique ayant le même caractère.
- **Effectif total N** : est le nombre d'individus dans une population statistique, et on a :

$$N = n_1 + n_2 + \dots + n_p = \sum_{i=1}^p n_i$$

- **Fréquence f_i** : est la fréquence de la i^{me} valeur du caractère, et on a : $f_i = \frac{n_i}{N}$ et

$$f_1 + f_2 + \dots + f_p = \sum_{i=1}^p f_i = 1$$

- **Pourcentage de la i^{me} valeur du caractère** : est le nombre $p_i = 100 \times f_i$.
- **Effectif cumulé croissant** : est le nombre N_i pour lequel la valeur du caractère est inférieure ou égale à sa i^{me} valeur, et on a : $N_i = n_1 + n_2 + \dots + n_i$
- **Série statistique** : est l'ensemble de tous les couples (x_i, n_i) où (x_i) est la i^{me} valeur du caractère étudié et n_i son effectif).
- **Tableau statistique d'une série statistique à variable quantitative discrète** :

Caractère x_i	x_1	...	x_i	...	x_p
Effectif n_i	n_1	...	n_i	...	n_p
Effectif cumulé N_i	N_1	...	N_i	...	$N_p = N$

- **Tableau statistique d'une série statistique à variable quantitative continue** :

Classe I_i	$[a_0, a_1[$	...	$[a_i, a_{i+1}[$	...	$[a_{p-1}, a_p[$
Effectif n_i	n_1	...	n_i	...	n_p
Effectif cumulé N_i	N_1	...	N_i	...	$N_p = N$

- **Etendue d'une série statistique** : Est le nombre égal à la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale d'une série statistique à caractère quantitatif, et on a : $m = x_{max} - x_{min}$
- **Centre d'une classe** : est le milieu de l'intervalle $[a_i, a_{i+1}[$ noté $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$

II- PARAMETRES DE POSITION D'UNE SERIE STATISTIQUE

II-1- MODE D'UNE SERIE STATISTIQUE

DEFINITION

- Le mode d'une série statistique à caractère quantitatif discret est une valeur de cette série qui a le plus grand effectif.
- La classe modale d'une série statistique à caractère quantitatif continu est une classe de cette série qui a le plus grand effectif

REMARQUE

Une série statistique peut avoir pour mode une valeur ou plusieurs valeurs lorsqu'elles ont le même plus grand effectif.

II-2- MOYENNE D'UNE SERIE STATISTIQUE

DEFINITION

On considère une série statistique à caractère quantitatif discret qui a pour valeurs $x_1; x_2; \dots; x_p$ tel que $x_1 < x_2 < \dots < x_p$ dont les effectifs sont respectivement $n_1; n_2; \dots; n_p$. La moyenne de cette

série est le nombre noté $\bar{x}$ défini par :
$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} = \frac{\sum_{k=1}^p n_k x_k}{\sum_{k=1}^p n_k}$$

REMARQUE

Si la série statistique est à caractère quantitatif continu de classes $[a_0, a_1[; [a_1, a_2[; \dots; [a_i, a_{i+1}[; \dots; [a_p, a_{p+1}[$ et d'effectifs respectifs $n_1; n_2; \dots; n_p$. Pour déterminer la moyenne de cette série statistique :

- * On détermine les centres de ses classes : $x_1; x_2; \dots; x_p$.
- * On détermine la moyenne de la série statistique à caractère quantitatif discret qui a pour valeurs $x_1; x_2; \dots; x_p$ et d'effectifs $n_1; n_2; \dots; n_p$.
- * Alors ces deux séries statistiques ont la même moyenne $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$.

II-3- MEDIANE D'UNE SERIE STATISTIQUE

DEFINITION

On considère une série statistique à caractère quantitatif discret qui a pour valeurs $x_1; x_2; \dots; x_p$ rangées dans l'ordre croissant $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_p$ dont l'effectif total est N. Alors :

- Si N est pair tel que $N = 2k$, la médiane de cette série statistique est la demi-somme $\frac{x_k + x_{k+1}}{2}$ on la note $M_e = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}$
- Si N est impair tel que $N = 2k + 1$, la médiane de cette série statistique est x_{k+1} on la note $M_e = x_{k+1}$.

III- PARAMETRES DE DISPERSION D'UNE SERIE STATISTIQUE

III-1- ETENDUE D'UNE SERIE STATISTIQUE

DEFINITION

On considère une série statistique dont les valeurs extrêmes sont x_{min} et x_{max} . L'étendue de cette série statistique est le nombre $x_{max} - x_{min}$.

III-2- VARIANCE D'UNE SERIE STATISTIQUE

DEFINITION

On considère une série statistique à caractère quantitatif discret qui a pour valeurs $x_1; x_2; \dots; x_p$ et d'effectifs respectifs $n_1; n_2; \dots; n_p$ et de moyenne $\bar{x}$.

La **variance** de cette série statistique est le nombre V défini par : $V = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} =$

$$\frac{\sum_{k=1}^p n_k (x_k - \bar{x})^2}{\sum_{k=1}^p n_k}$$

III-3- ECART-TYPE D'UNE SERIE STATISTIQUE

DEFINITION

On considère une série statistique à caractère quantitatif discret qui a pour valeurs $x_1; x_2; \dots; x_p$ et d'effectifs respectifs $n_1; n_2; \dots; n_p$ et de moyenne $\bar{x}$.

L'**écart-type** de cette série statistique est le nombre, noté σ défini par : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^p n_k (x_k - \bar{x})^2}{\sum_{k=1}^p n_k}}$.

REMARQUE

L'écart-type exprime la dispersion des valeurs d'une série statistique autour de sa moyenne.

IV- GRAPHES D'UNE SERIE STATISTIQUE

IV-1- DIAGRAMME EN BÂTONS D'UNE SERIE STATISTIQUE

x_i	1	3	4	6
n_i	3	1	5	2

FIGURE 1 – Tableau statistique d'une série statistique à caractère quantitatif discret

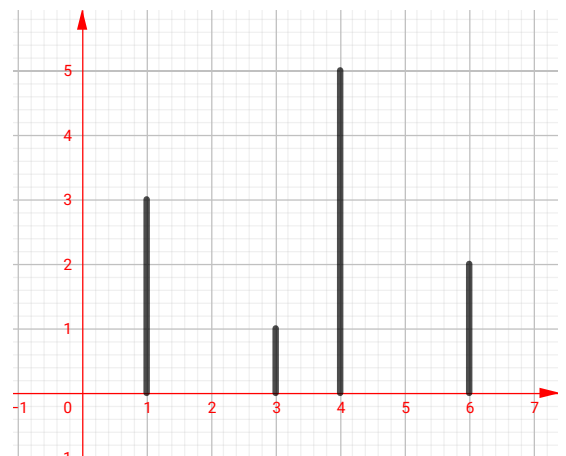


FIGURE 2 – Diagramme en bâtons

IV-2- Histogramme D'UNE SERIE STATISTIQUE

<i>classes</i>	[1; 2[	[2 : 4[	[4; 6[	[6; 8[
n_i	3	2	5	1

FIGURE 3 – Tableau statistique d'une série statistique à caractère quantitatif continu

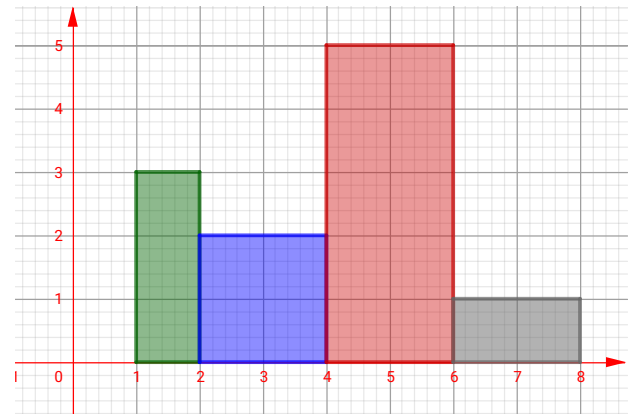


FIGURE 4 – Histogramme

IV-3- DIAGRAMME CIRCULAIRE D'UNE SERIE STATISTIQUE

<i>couleurs</i>	<i>violet</i>	<i>Bleu</i>	<i>Rouge</i>	<i>Vert</i>
<i>fréquences</i>	0,20	0,15	0,40	0,25

FIGURE 5 – Tableau statistique d'une série statistique à caractère qualitatif

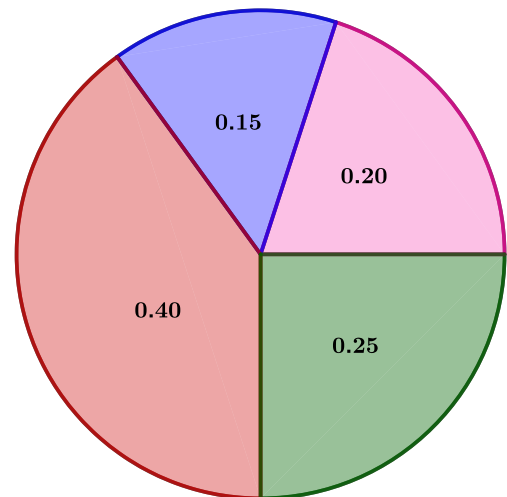


FIGURE 6 – Diagramme circulaire