Les équations du premier degré à une inconnue

TABLES DES MATIÈRES

https://www.dimamath.com

I - RÈGLES DE CALCUL SUR LES ÉGALITÉS

PROPOSITION

※ Si On ajoute un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité. Autrement dit : Si a, b et c sont trois nombres relatifs, on a : $a = b$ équivaut à $a + c = b + c$.

※ Si On soustrait un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité. Autrement dit : Si a, b et c sont trois nombres relatifs, on a : $a = b$ équivaut à $a - c = b - c$.

※ Si On multiplie les deux membres d'une égalité par un même nombre, on obtient une nouvelle égalité. Autrement dit : Si a, b et c sont trois nombres relatifs, on a : $a = b$ équivaut à $a \times c = b \times c$.

※ Si on divise les deux membres d'une égalité par un nombre non nul, on obtient une nouvelle égalité. Autrement dit : Si a et b sont deux nombres relatifs et c est un nombre relatif non nul, on a : $a = b$ équivaut à $a \div c = b \div c$.

Exemples

① On a : $x + 4 = 5,6$ équivaut à $x + 4 - 4 = 5,6 - 4$ équivaut à $x = 1,6$.
② On a : $x - 3,2 = 7,1$ équivaut à $x - 3,2 + 3,2 = 7,1 + 3,2$ équivaut à $x = 10,3$.

II - ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ A UNE INCONNUE

DÉFINITIONS

⊛ **Une équation du premier degré à une inconnue** est une égalité de la forme $x + a = b$ ou $ax + b = c$ où a et b sont deux nombres donnés et x est l'inconnue.

⊛ **Résoudre une équation du premier degré à une inconnue** consiste à déterminer la valeur de l'inconnue x (ou les valeurs de l'inconnue x) qui vérifie cette égalité. Cette valeur est appelée **solution de l'équation**.

⊛ **Vérifier qu'un nombre c est une solution d'une équation** consiste à l'égalité reste valable lorsqu'on remplace x par c.

REMARQUE

Les étapes de la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue :

- Trouver une valeur de l'inconnue x
- Vérifier que l'égalité reste vraie lorsqu'on remplace x par cette valeur.
- Conclure par la phrase : **Le nombre (la valeur trouvée) est la solution de cette équation**

II - 1 - RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION : x + a = b

PROPOSITION

La solution de l'équation $x + a = b$ **est le nombre relatif** $x = b - a$

EXEMPLES

① La solution de l'équation $x + 2 = 11$ est le nombre $x = 11 - 2 = 9$
② La solution de l'équation $x - 7 = 5$ est le nombre $x = 5 + 7 = 12$
③ La solution de l'équation $x + 3 = -1$ est le nombre $x = -1 - 3 = -4$
④ La solution de l'équation $-4 + x = 0$ est le nombre $x = 0 + 4 = 4$.

II - 2 - RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION : a x = b

https://www.dimamath.com

PROPOSITION 1

La solution de l'équation $ax = b$ **où** $a \neq 0$ **est le nombre** $x = b \div a = \frac{b}{a}$

EXEMPLES

① La solution de l'équation $2x = 11$ est le nombre $x = 11 \div 2 = 5,5$
② La solution de l'équation $-7x = 5$ est le nombre $x = 5 \div (-7) = \frac{-5}{7}$
③ La solution de l'équation $3x = -1$ est le nombre $x = (-1) \div 3 = -\frac{1}{3}$
④ La solution de l'équation $-4x = 0$ est le nombre $x = 0 \div (-4) = 0$.

PROPOSITION 2 **Toute équation du premier degré à une inconnue peut être écrite sous la forme :** $ax = b$

où les nombres a et b sont connus et x désigne l'inconnue.

- Si $a \neq 0$, l'équation admet une unique solution $b \div a = \frac{b}{a}$.
- Si $a = 0$ et $b \neq 0$, l'équation n'admet pas de solution.
- Si $a = 0$ et $b = 0$, tout nombre est solution de l'équation

II - 3 - RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION : a x + b = c

PROPOSITION

La solution de l'équation $ax + b = c$ **où** $a \neq 0$ **est le nombre relatif** $x = (c - b) \div a = \frac{c-b}{a}$

EXEMPLES

① La solution de l'équation $2x + 5 = 11$ est le nombre $x = (11 - 5) \div 2 = 3$
② La solution de l'équation $-7x + 4 = 5$ est le nombre $x = (5 - 4) \div (-7) = \frac{-1}{7}$
③ La solution de l'équation $3x - 7 = -1$ est le nombre $x = (-1 + 7) \div 3 = 2$
④ La solution de l'équation $-4x - 9 = 0$ est le nombre $x = (0 + 9) \div (-4) = -2,25$.

III - ÉQUATIONS SE RAMENANT A UNE EQUATION DU PREMIER DEGRÉ A UNE INCONNUE

III - 1 - EXEMPLES D'ÉQUATIONS

★ **EXEMPLE 1 : L'inconnue x se trouve dans les deux membres de l'égalité**

Pour résoudre l'équation	$5x + 2 = 2x - 3$
On isole l'inconnue x	$5x - 2x = -3 - 2$
On regroupe les termes	$3x = -5$
On divise par 3	$x = -\frac{5}{3}$
On conclut	La solution de l'équation est le nombre relatif $-\frac{5}{3}$

★ **EXEMPLE 2 : Avec des parenthèses**

https://www.dimamath.com

Pour résoudre l'équation	$3(x-1)+2(2x+3)=5(2x-3)-3(1-2x)$
On enlève les parenthèses	$3x-3+4x+6=10x-15-3+6x$
On isole l'inconnue x	$7x-16x=-18-3$
On regroupe les termes	$-9x=-21$
On divise par -9	$x=\frac{-21}{-9}=\frac{7}{3}$
On conclut	La solution de l'équation est le nombre relatif $\frac{7}{3}$

★ **EXEMPLE 3 : Avec des fractions**

Pour résoudre l'équation	$\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}x-1$
On réduit au même dénominateur	$\frac{3x+4}{6}=\frac{2x-6}{6}$
On multiplie par 6	$3x+4=2x-6$
On isole l'inconnue x	$x=-10$
On conclut	La solution de l'équation est le nombre relatif -10

★ **EXEMPLE 4 : Égalité de deux fractions**

Pour résoudre l'équation	$\frac{2x-3}{5}=\frac{4-x}{2}$
On effectue un produit en croix	$2(2x-3)=5(4-x)$
On développe	$4x-6=20-5x$
On isole l'inconnue x	$9x=26$
On divise par 9	$x=\frac{26}{9}$
On conclut	La solution de l'équation est le nombre relatif $\frac{26}{9}$

III - 2 - ÉQUATION PRODUIT

RÈGLE

Un produit de deux facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul
Autrement dit : $a\times b=0$ équivaut à $a=0$ ou $b=0$

★ **ÉQUATION 1 : PRODUIT NUL**

Pour résoudre l'équation	$(x-3)(2x+5)=0$
On applique la règle	$x-3=0$ ou $2x+5=0$
On résout chaque équation	$x=3$ ou $x=-\frac{5}{2}=-2,5$
On conclut	Les nombres 3 et $-2,5$ sont les solutions de l'équation

★ **ÉQUATION 2 : Égalité de deux expressions ayant un facteur commun**

Pour résoudre l'équation	$(x-3)(2x+5)=(x-3)(5x-1)$
On ramène tous les termes du même côté	$(x-3)(2x+5)-(x-3)(5x-1)=0$
On factorise	$(x-3)[(2x+5)-(5x-1)]=0$
On réduit	$(x-3)(-3x+6)=0$
On applique la règle	$x-3=0$ ou $-3x+6=0$
On résout chaque équation	$x=3$ ou $x=2$
On conclut	Les nombres 3 et 2 sont les solutions de l'équation

https://www.dimamath.com

III - 3 - ÉGALITÉ DE DEUX CARRES

RÈGLE

Deux nombres ont des carrés égaux si, et seulement s'ils sont égaux ou opposés.
Autrement dit : $a^2 = b^2$ équivaut à $a = b$ ou $a = -b$

EXEMPLES

EXEMPLE① Résoudre l'équation : $x^2 = 16$

Solution :
$x^2 = 16$
$x^2 = 4^2$
$x = 2$ ou $x = -2$ (d'après la règle)
Alors Les nombres 2 et -2 sont les solutions de l'équation $x^2 = 16$.

EXEMPLE ② Résoudre l'équation : $(x+2)^2 = 25$

Solution :
$(x+2)^2 = 25$
$(x+2)^2 = 5^2$
$(x+2) = 5$ ou $(x+2) = -5$ (d'après la règle)
$x = 3$ ou $x = -7$
Alors les nombres 3 et -7 sont les solutions de l'équation $(x+2)^2 = 25$.

EXEMPLE ③ Résoudre l'équation : $(2x-3)^2 = (2-x)^2$

Solution :
$(2x-3)^2 = (2-x)^2$
$(2x-3) = (2-x)$ ou $(2x-3) = -(2-x)$
$3x = 5$ ou $x = 1$
$x = 5 \div 3 = \frac{5}{3}$ ou $x = 1$
Alors Les nombres 1 et $\frac{5}{3}$ sont les solutions de l'équation $(2x-3)^2 = (2-x)^2$

IV - PROBLÈMES SE RAMENANT A UNE EQUATION DU PREMIER DEGRÉ A UNE INCONNUE

PROCÉDURE DE RÉSOLUTION DES PROBLÈMES
Il est très utile de suivre les étapes suivantes pour résoudre un problème à l'aide des équations du premier degré à une inconnue :

- ⋆ Bien lire l'énoncé du problème et se poser la question : qu'est-ce qu'on cherche ?
- ⋆ Choix de l'inconnue
- ⋆ Mise en équation
- ⋆ Résolution de l'équation
- ⋆ Vérification de la valeur trouvée dans le contexte du problème
- ⋆ Conclusion

EXEMPLES

EXEMPLE ① Nadine a acheté deux stylos et un cahier. Sachant que le prix du cahier est de 5 dirhams et qu'elle a payé au libraire 8 dirhams, quel est le prix d'un stylo ?

https://www.dimamath.com

Solution
- ⋆ Posons x le prix d'un stylo
- ⋆ L'équation est : $2x + 5 = 8$
- ⋆ Résolution de l'équation $2x + 5 = 8$

$$2x = 3$$
$$x = 1,5$$

- ⋆ Alors le prix d'un stylo est $1,5$ dirhams

EXEMPLE ② Mr.Ali veut partager la somme de 400 dirhams par ses deux enfants Nawfal et Nadine de telle sorte que Nawfal obtienne 100 dirhams de plus que Nadine. Combien doit-il donner à chaque enfant ?

Solution :
- ⋆ Soit x la somme que Mr. Ali doit donner à Nadine
- ⋆ L'équation est : $2x + 100 = 400$
- ⋆ Résolution de l'équation $2x = 300$

$$x = 150$$

- ⋆ La part de Nadine est 150 dirhams
- ⋆ La part de Nawfal est $400 - 150 = 250$ soit 250 dirhams

https://www.dimamath.com