DROITES REMARQUABLES DANS LE TRIANGLE

TABLES DES MATIERES

I - Médiatrices d'un triangle

I - 1 - Médiatrice d'un segment

I - 2 - Médiatrices d'un triangle

I - 3 - Médiatrices d'un triangle rectangle

II - Médianes d'un triangle

III - Hauteurs d'un triangle

IV - Bissectrices d'un triangle

https://www.dimamath.com

I - MÉDIATRICES D'UN TRIANGLE

I - 1 - MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

DÉFINITION

La médiatrice d'un segment $[AB]$ est la droite qui est perpendiculaire à la droite (AB) et qui coupe le segment $[AB]$ en son milieu.

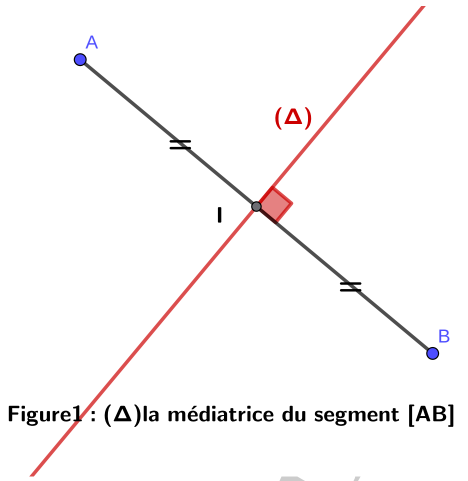

FIGURE 1 –

PROPRIÉTÉS

▲ Tous les points de la médiatrice d'un segment $[AB]$ sont équidistants des deux extrémités A et B du segment $[AB]$.
▲ Si un point est équidistant des deux extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

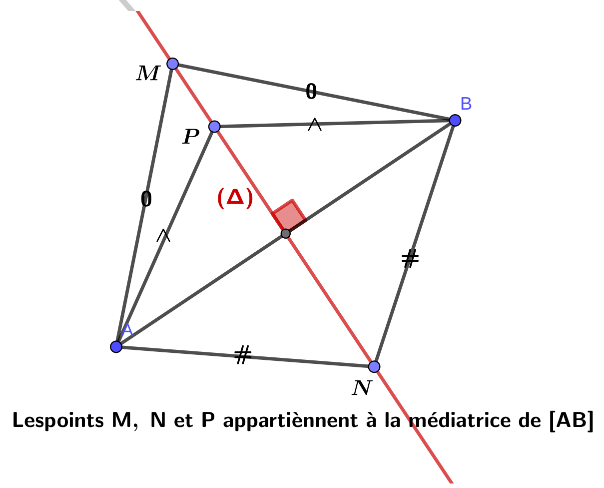

FIGURE 2 –

REMARQUE

La médiatrice d'un segment est l'axe de symétrie de ce segment. En plus les deux extrémités du segment sont symétriques par rapport à sa médiatrice.

I - 2 - MÉDIATRICES D'UN TRIANGLE

DÉFINITION

Une médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses côtés .
Chaque triangle possède trois médiatrices.

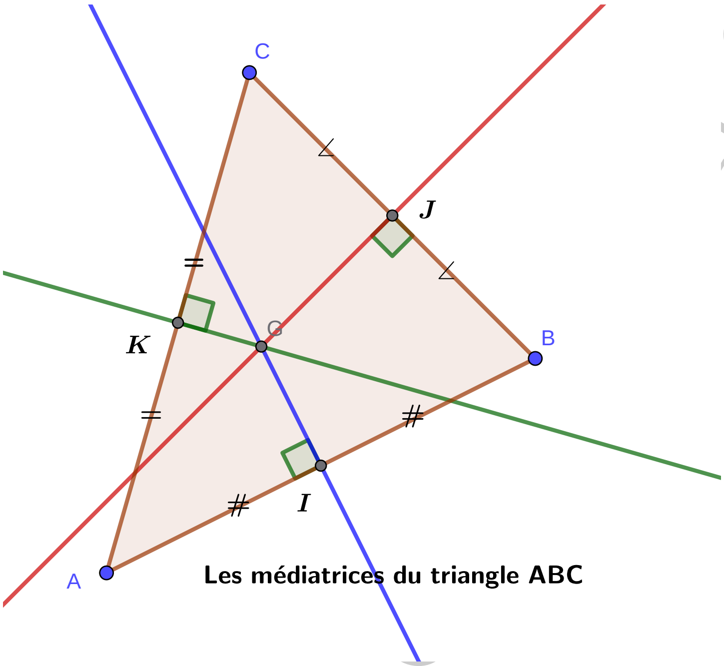

FIGURE 3 –

PROPOSITION

⋇ **Les médiatrices d'un triangle** ABC **se coupent en un seul point**, on dit qu'elles sont **concourantes**.

⋇ Le point d'intersection des médiatrices d'un triangle ABC est **le centre du cercle circonscrit au triangle** ABC

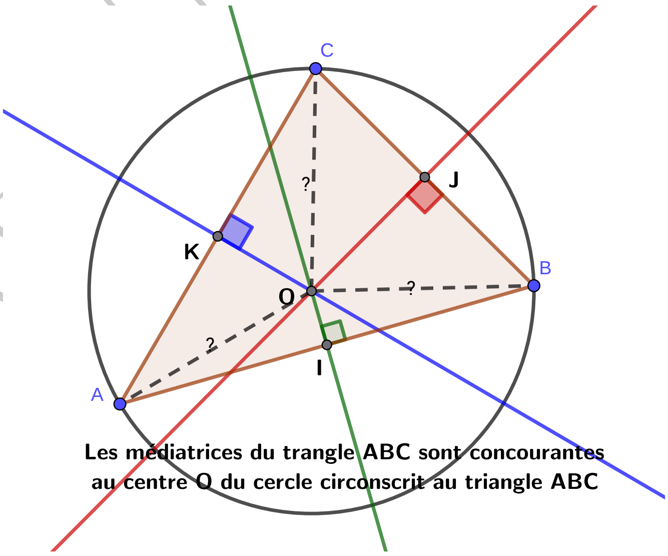

FIGURE 4 –

http://www. .com

REMARQUE

◎ Si O est le point d'intersection des médiatrices d'un triangle ABC, alors on a : $OA = OB = OC$.
◎ Pour déterminer graphiquement le centre du cercle circonscrit à un triangle ABC, on trace seulement deux de ses médiatrices qui se coupent au centre du cercle circonscrit.
◎ Position du centre du cercle circonscrit :

- Si les trois angles du triangle sont aigus, alors le centre du cercle circonscrit est à l'intérieur du triangle.
- Si l'un des angles du triangle est obtus, alors le centre du cercle circonscrit est à l'extérieur du triangle.

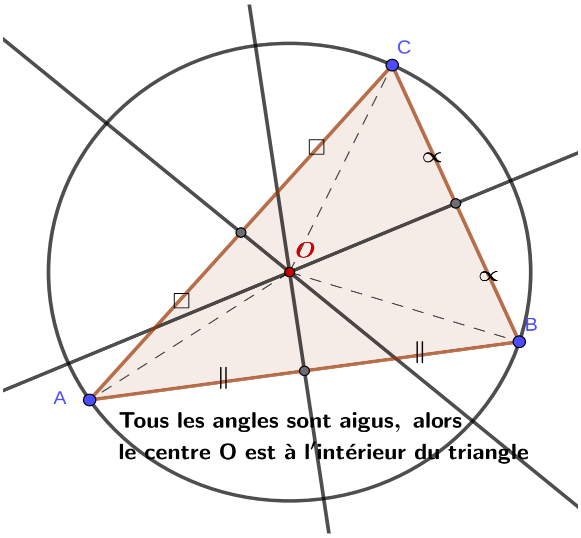

FIGURE 5 –

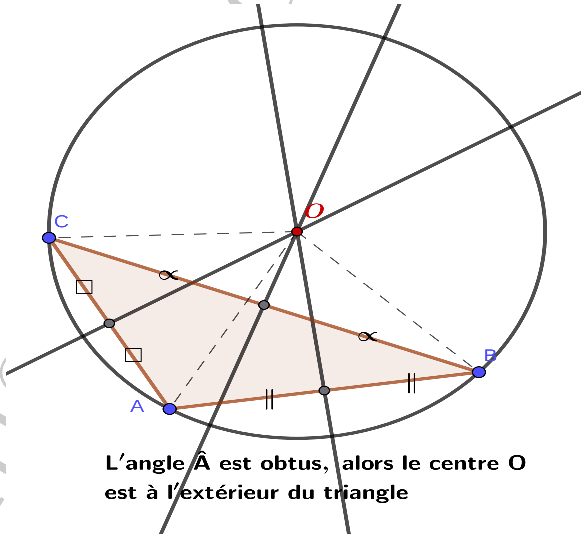

FIGURE 6 –

I - 3 - MÉDIATRICES D'UN TRIANGLE RECTANGLE

PROPOSITION 1

Soit ABC un triangle rectangle en A et O le milieu de son hypoténuse $[BC]$, alors :
⊛ Les médiatrices du triangle ABC se coupent au point O.
⊛ Le milieu O de l'hypoténuse $[BC]$ est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
⊛ On a : $OA = OB = OC$

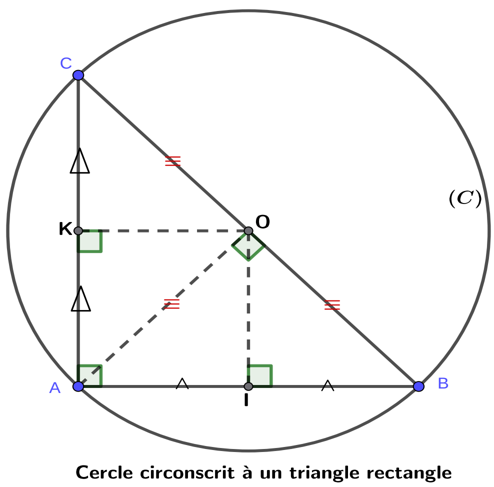

FIGURE 7 –

PROPOSITION 2

Soient A et B deux points distincts du plan.
Si M appartient au cercle de diamètre $[AB]$ en étant distinct de A et de B, alors **le triangle AMB est rectangle en M**

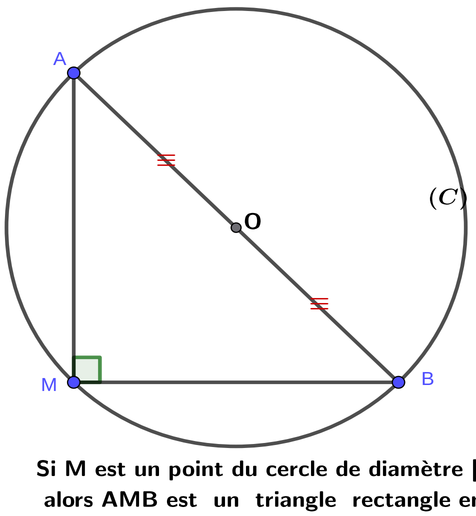

FIGURE 8 –

II - MÉDIANES D'UN TRIANGLE

DÉFINITION

Une médiane d'un triangle est la droite passant par l'un des sommets du triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet.
Chaque triangle possède trois médianes.

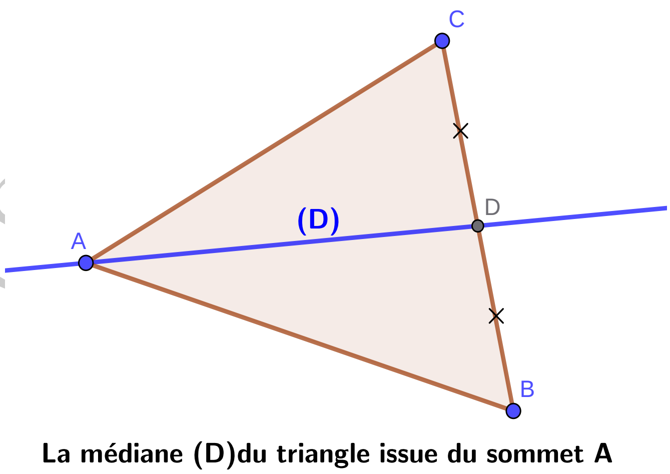

FIGURE 9 –

http://www.dima...com

PROPRIÉTÉ ET DÉFINITION

⊛ **Les trois médianes d'un triangle ABC sont concourantes.**

⊛ **Le point d'intersection des médianes d'un triangle ABC est le centre de gravité de ce triangle**

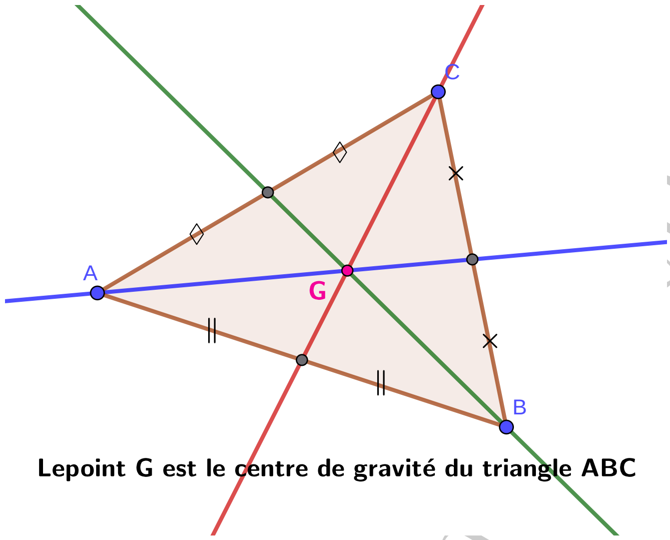

FIGURE 10 –

PROPOSITION

Soit ABC un triangle et I, J, K sont respectivement les milieux des segments $[AB]$, $[AC]$, $[BC]$.
Le centre de gravité G d'un triangle ABC est le point d'intersection de deux médianes de ce triangle et on a : $AG = \frac{2}{3}AK$, $BG = \frac{2}{3}BJ$, $CG = \frac{2}{3}CI$.

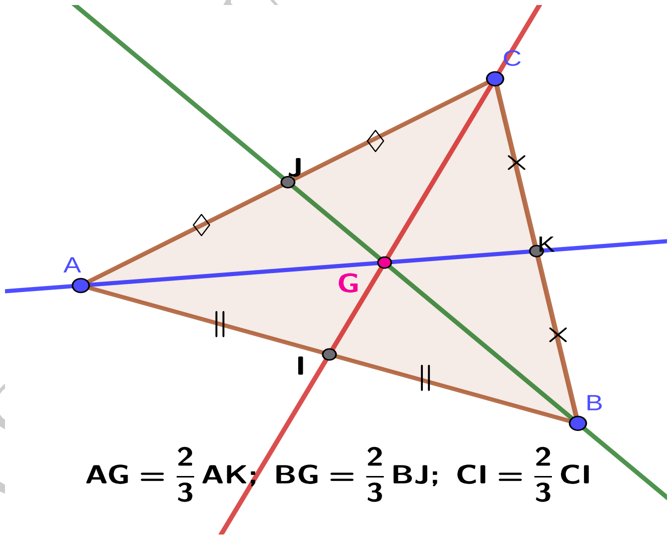

FIGURE 11 –

III - HAUTEURS D'UN TRIANGLE

DÉFINITION

Une hauteur d'un triangle ABC est la droite passant par l'un de ses sommets et perpendiculaire au côté

opposé à ce sommet.
Chaque triangle possède trois hauteurs.

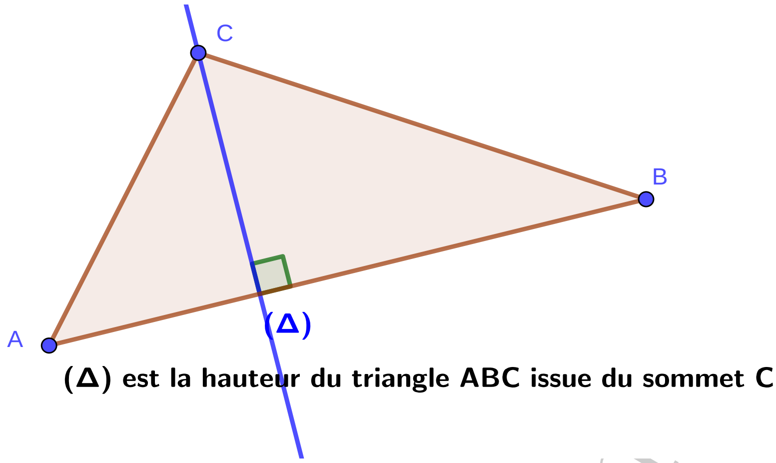

FIGURE 12 –

PROPRIÉTÉ ET DÉFINITION

* **Les trois hauteurs d'un triangle ABC sont concourantes.**
* **Le point H d'intersection des hauteurs d'un triangle est l'orthocentre de ce triangle**

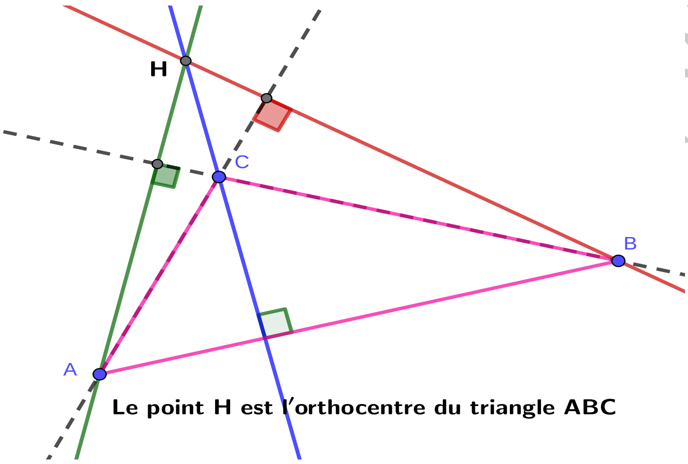

FIGURE 13 –

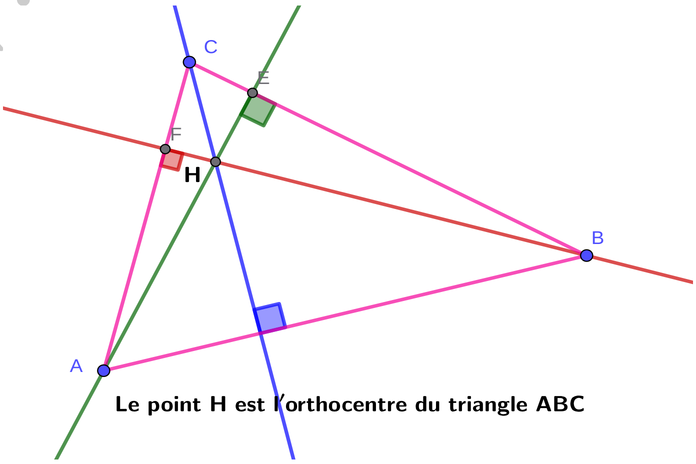

FIGURE 14 –

IV - BISSECTRICES D'UN TRIANGLE

IV - 1- BISSECTRICE D'UN ANGLE

DÉFINITION

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure

https://www.dimamath.com

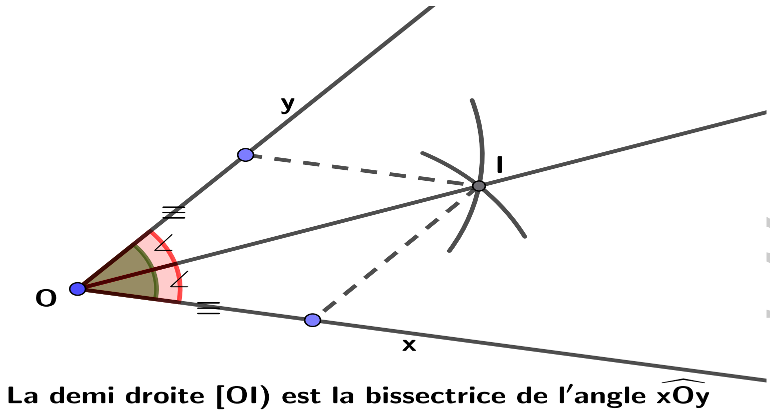

FIGURE 15 –

IV - 2- BISSECTRICES D'UN TRIANGLE

DÉFINITION

Une bissectrice d'un triangle est la bissectrice de l'un de ses angles.
Chaque triangle possède trois bissectrices

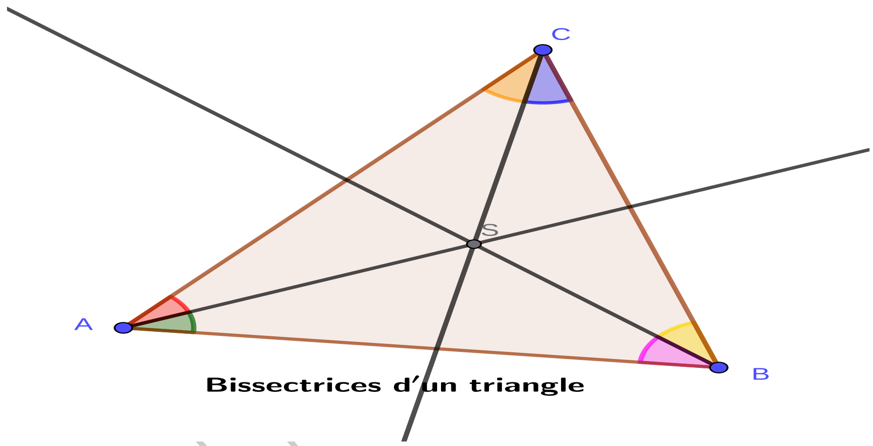

FIGURE 16 –

PROPRIÉTÉ ET DÉFINITION

∗ **Les trois bissectrices d'un triangle ABC sont concourantes.**
∗ **Le point O d'intersection des bissectrices d'un triangle est le centre du cercle inscrit à ce triangle**

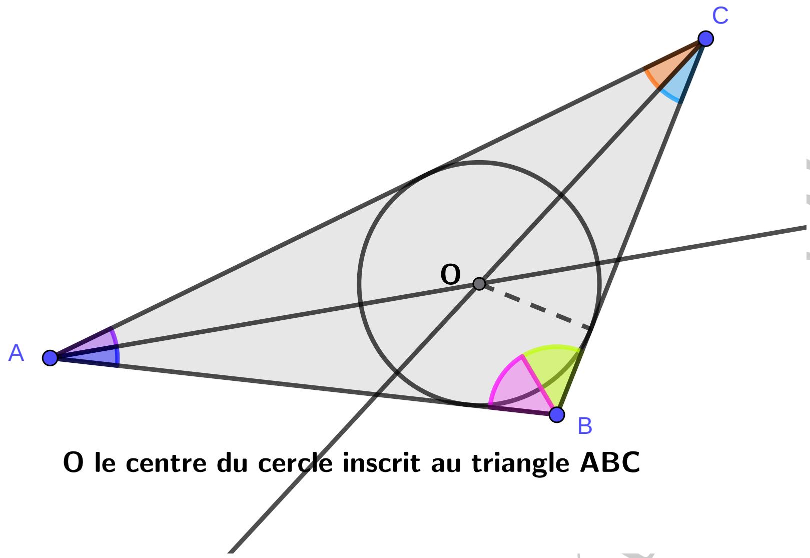

FIGURE 17 –

REMARQUE

Pour construire le centre du cercle inscrit à un triangle, il suffit de tracer deux bissectrices de ce triangle.

https://www.dimamath.com