

LA SYMÉTRIE CENTRALE

TABLES DES MATIÈRES

I - Le symétrique d'un point

II - Le symétrique d'un segment

III - Le symétrique d'une droite

IV - Le symétrique d'une demi-droite

V - Les symétriques des points alignés

VI - Le symétrique d'un angle

VII - Le symétrique d'un cercle

VIII - Centre de symétrie d'une figure

I - LE SYMÉTRIQUE D'UN POINT

DÉFINITION

- ★ On dit que le point B est le symétrique du point A par rapport au point O si, et seulement si le point O est le milieu du segment $[AB]$.
- ★ On dit aussi que le point B est l'image du point A par la symétrie centrale de centre le point O .
- ★ Le point O est appelé centre de symétrie.

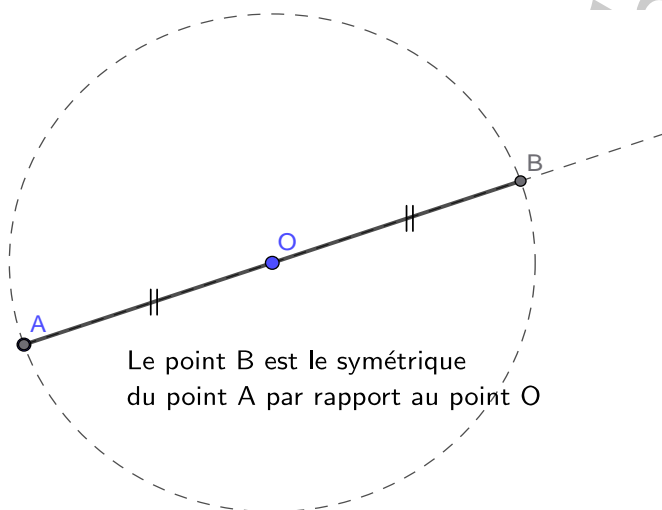


FIGURE 1 –

CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UN POINT PAR RAPPORT A UN POINT O

Pour construire le symétrique d'un point A par rapport à un point O , on procède comme suit :

- On trace la demi-droite $[AO)$
- On trace le cercle de centre O et de rayon OA
- Ce cercle coupe la demi-droite $[AO)$ en un point B .
- Ce point B est le symétrique de A par rapport à O .

PROPOSITION

- ▲ Le symétrique du point O par rapport à O est le point O lui-même.
- ▲ L'unique point invariant par une symétrie centrale est son centre.

II - LE SYMÉTRIQUE D'UN SEGMENT

PROPOSITION 1

Soient A et B deux points du plan et soient A' le symétrique de A et B' le symétrique de B par rapport à un point O , alors le symétrique du segment $[AB]$ par rapport au point O est le segment $[A'B']$

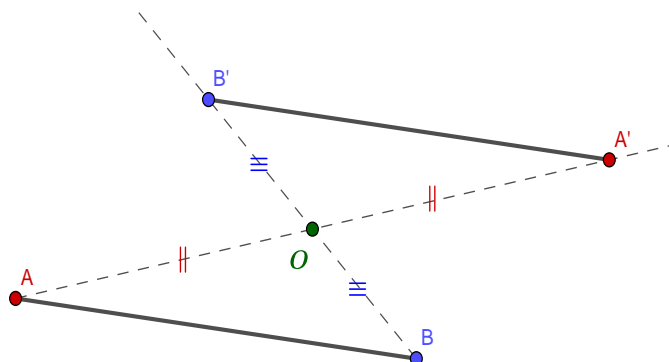
PROPOSITION 2

Soient A et B deux points du plan et soient A' le symétrique de A et B' le symétrique de B par rapport à un point O , alors le segment $[AB]$ et son symétrique $[A'B']$ par rapport au point O , sont parallèles et ont la même longueur

CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UN SEGMENT $[AB]$ PAR RAPPORT A UN POINT O

Pour construire le symétrique d'un segment $[AB]$ par rapport à un point O , on procède comme suit :

- On trace le symétrique A' de l'extrémité A et le symétrique B' de l'extrémité B par rapport au point O
- On trace le segment $[A'B']$
- Le segment $[A'B']$ ainsi construit est le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à O .



L'image de $[AB]$ par la symétrie centrale de centre O est $[A'B']$

FIGURE 2 –

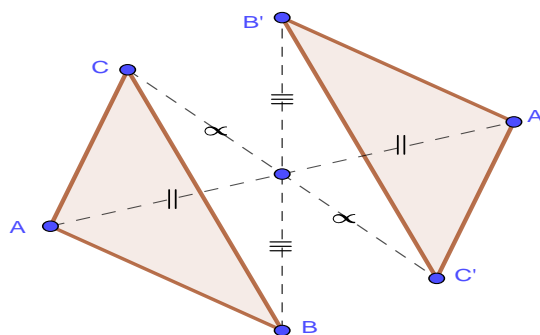
PROPRIÉTÉ 1

La symétrie centrale conserve les longueurs

Autrement dit : Si $[A'B']$ est le symétrique de $[AB]$ par la symétrie centrale S_O de centre le point O , alors $A'B' = AB$.

PROPOSITION 3

Le symétrique du triangle ABC par la symétrie centrale de centre un point O est un triangle de même nature $A'B'C'$ tel que A', B', C' sont les symétriques respectifs des sommets A, B, C .



Le symétrique du triangle ABC est le triangle $A'B'C'$

FIGURE 3 –

III - LE SYMÉTRIQUE D'UNE DROITE

PROPOSITION

Le symétrique d'une droite (D) par la symétrie centrale de centre un point O est la droite (D') telle que $(D) \parallel (D')$.

COROLLAIRE

Le symétrique d'une droite (AB) par la symétrie centrale de centre un point O est la droite $(A'B')$ telle que A', B' sont les symétriques respectifs des points A, B .

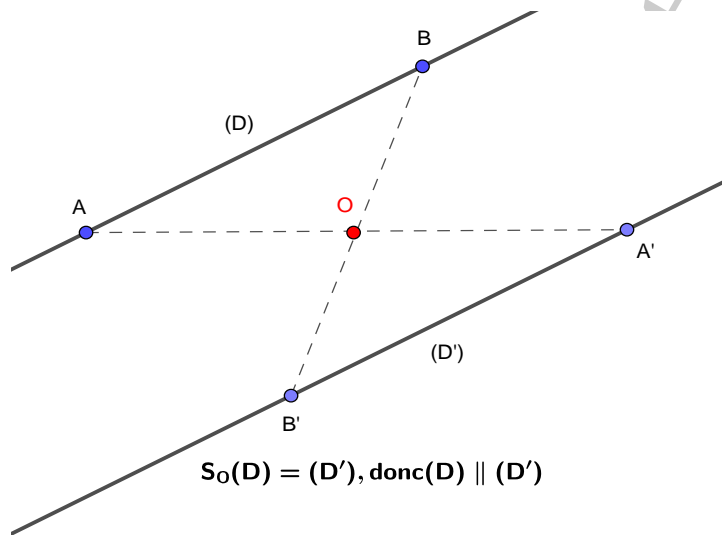


FIGURE 4 –

CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UNE DROITE D PAR RAPPORT A UN POINT O

Pour construire le symétrique d'une droite (D) par rapport à un point O , on procède comme suit :

- On prend deux points quelconques A, B de la droite (D) puis on trace le symétrique A' du point A et le symétrique B' du point B par rapport au point O
- On trace la droite $(A'B')$
- La droite $(A'B')$ ainsi construite est la (D') le symétrique de la droite (D) par rapport à O .

REMARQUE

Si le point O appartient à la droite (D) , alors le symétrique de la droite (D) par rapport au point O est la droite (D) elle même.

IV - LE SYMÉTRIQUE D'UNE DEMI-DROITE

PROPOSITION

Le symétrique d'une demi-droite $[AB)$ par la symétrie centrale de centre un point O est la demi-droite $[A'B')$ telle que A', B' sont les symétriques respectifs des points A, B et $(A'B') \parallel (AB)$.

CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UNE DEMI-DROITE D PAR RAPPORT A UN POINT O

Pour construire le symétrique d'une demi-droite $[AB)$ par rapport à un point O , on procède comme suit :

- On construit le symétrique A' du point A et le symétrique B' du point B par rapport au point O
- On trace la demi-droite $[A'B')$
- La demi-droite $[A'B')$ ainsi construite est le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à O .

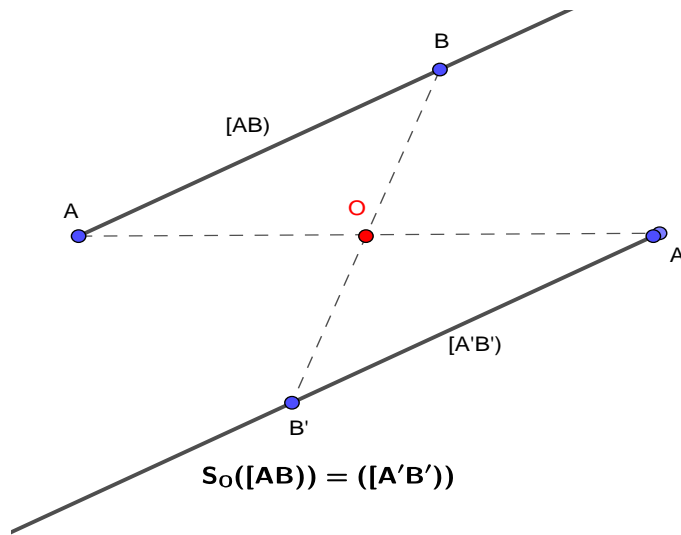


FIGURE 5 –

V - LES SYMÉTRIQUES DES POINTS ALIGNÉS

PROPOSITION

Les symétriques par rapport à un point O de trois points alignés A, B et C sont les trois points alignés A', B' et C' tels que A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport au point O

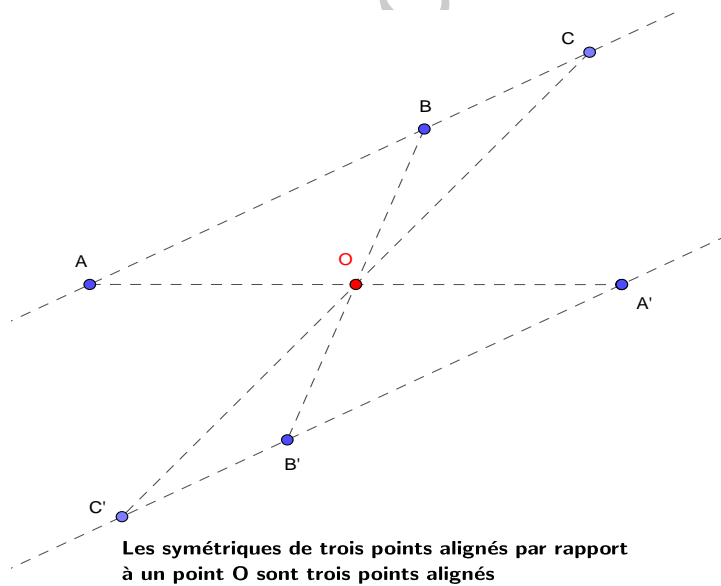


FIGURE 6 –

PROPRIÉTÉ 3

La symétrie centrale conserve l'alignement des points

V - LE SYMÉTRIQUE D'UN ANGLE

PROPOSITION

Le symétrique par rapport à un point O d'un angle \widehat{BAC} est l'angle $\widehat{B'A'C'}$ qui a la même mesure que \widehat{BAC} où A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport au point O

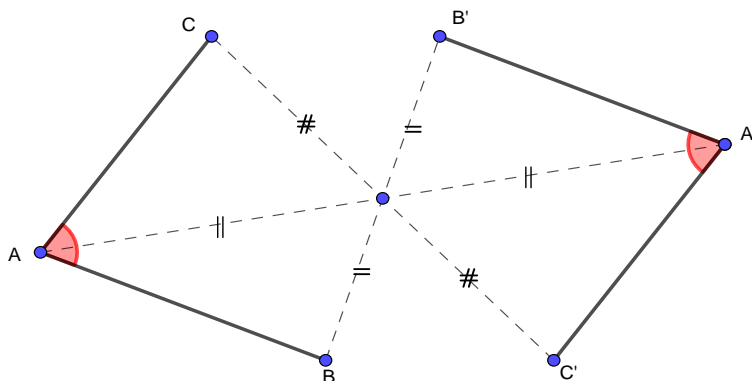


FIGURE 7 –

PROPRIÉTÉ 4

La symétrie centrale conserve les mesures des angles

V - LE SYMÉTRIQUE D'UN CERCLE

PROPOSITION

Le symétrique par rapport à un point A d'un cercle (C) de centre O et de rayon r est le cercle (C') de centre O' et de même rayon r où O' est le symétrique de O par rapport à A

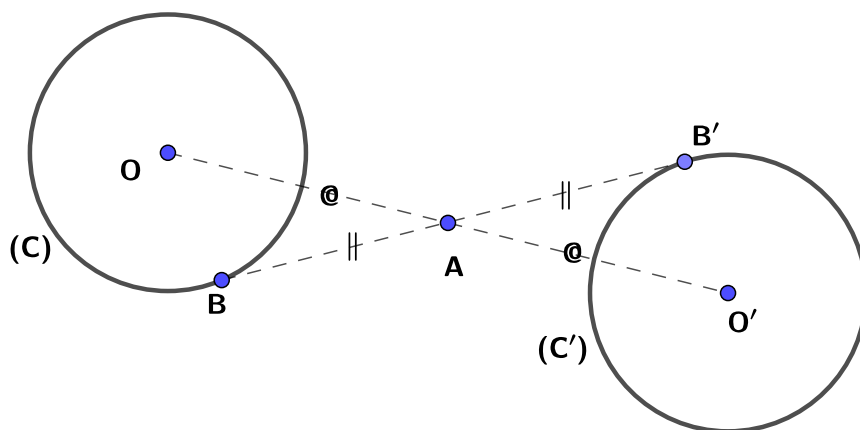


FIGURE 8 –

CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UN CERCLE (C) PAR RAPPORT A UN POINT A

Pour construire le symétrique d'un cercle (\mathcal{C}) de centre O et de rayon r par rapport à un point A , on procède comme suit :

- On construit le symétrique O' du point O et le symétrique B' d'un point B du cercle (\mathcal{C}) par rapport au point A
- On trace le cercle (\mathcal{C}') de centre O' et passant par le point B'
- Le cercle (\mathcal{C}') ainsi construit est le symétrique du cercle (\mathcal{C}) par rapport au point A .

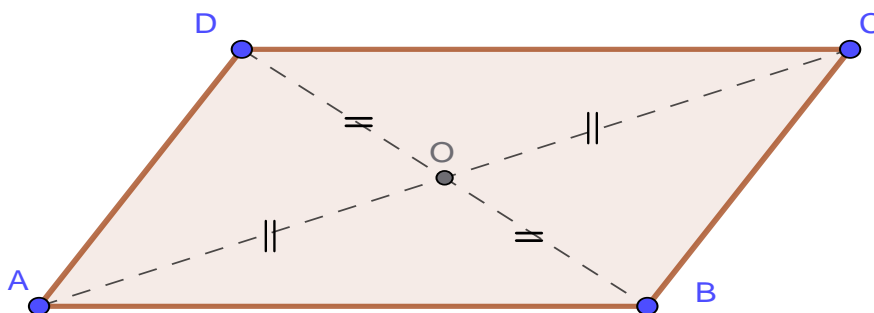
VI - CENTRE DE SYMÉTRIE D'UNE FIGURE

DÉFINITION

Lorsque le symétrique d'une figure (\mathcal{F}) par rapport à un point O est la figure (\mathcal{F}) elle-même, on dit que **le point O est un centre de symétrie de la figure (\mathcal{F})**.

EXEMPLES DE FIGURES GÉOMÉTRIQUES QUI ADMETTENT UN CENTRE DE SYMÉTRIE

- Le cercle : Son centre est le centre de symétrie.
- Le parallélogramme : Le point d'intersection de ses diagonales est son centre de symétrie. En particulier le rectangle, le carré et le losange.
- L'hexagone régulier : Le point d'intersection de ses diagonales est son centre de symétrie.



Le centre de symétrie d'un parallélogramme est le point d'intersection de ses diagonales

FIGURE 9 –