

DEVOIR SURVEILLÉ N°1

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+7}{x^2+1} & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x-1} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

- ① Montrer que f est continue en 1.
- ② Justifier que f est continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2

Le tableau ci-dessous est le tableau de variation d'une fonction g définie et continue sur l'intervalle $[-2, +\infty[$.

- ① Déterminer les images des intervalles suivants : $[-2, 0]$; $]0, +\infty[$ et $[-2, +\infty[$ par la fonction g .
- ② Justifier que l'équation $g(x) = 0$ n'admet pas de solutions dans l'intervalle $[-2, 0]$.
- ③ Prouver que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]0, +\infty[$.
- ④ Dédire que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[-2, +\infty[$.

x	-2	0	$+\infty$
$g(x)$	-1	-4	10

FIGURE 1 –

Exercice 3

Calculer $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :

▪ $f(x) = -2x^3 + 5x + 7.$

▪ $f(x) = \frac{5x+4}{x-2}.$

▪ $f(x) = \frac{3x^2-1}{3x+2}.$