

Devoir surveillé N° 1 S_I Version B**Exercice 1 :**

Donner la négation des propositions suivantes :

- 1 P_1 : " $\exists x \in \mathbb{R} ; 2x + 1 = 0$ " (1 pt)
- 2 P_2 : " $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} ; x < y$ " (1 pt)
- 3 P_3 : " $\forall n \in \mathbb{N}, n \text{ pair} \Rightarrow n^2 \text{ pair}$ " (1 pt)

Exercice 2 :

Montrer que les propositions suivantes sont vraies :

- 1 P_1 : " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = \frac{1}{x}$ " (2 pts)
- 2 P_2 : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$ " (2 pts)
- 3 P_3 : " $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{2x}{x^2 + 1} \geq -1$ " (2 pts)

Exercice 3 :

- 1 Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^{*+}, x + \frac{1}{x} \geq 2$ (2 pts)
- 2 Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^{*+}, \sqrt{x+1} \leq \sqrt{x} + 1$ (2 pts)
- 3 Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x^2} \neq 1 + \frac{x}{2}$ (2 pts)

Exercice 4 :

Montrer par récurrence :

- 1 $\forall n \in \mathbb{N}, 6^n - 1$ est divisible par 5 (2,5 pts)
- 2 $\forall n \in \mathbb{N}^*, 1^2 + 3^2 + \dots + (2n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3}$ (2,5 pts)