

## Devoir surveillé N° 1 $S_I$ Version B

### Exercice 1 :

Donner la négation des propositions suivantes :

- 1  $P_1$  : "  $\exists x \in \mathbb{R} ; 2x + 1 = 0$  " ..... (1 pt)
- 2  $P_2$  : "  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} ; x < y$  " ..... (1 pt)
- 3  $P_3$  : "  $\forall n \in \mathbb{N}, n \text{ pair} \Rightarrow n^2 \text{ pair}$  " ..... (1 pt)

### Exercice 2 :

Montrer que les propositions suivantes sont vraies :

- 1  $P_1$  : "  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = \frac{1}{x}$  " ..... (2 pts)
- 2  $P_2$  : "  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$  " ..... (2 pts)
- 3  $P_3$  : "  $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{2x}{x^2 + 1} \geq -1$  " ..... (2 pts)

### Exercice 3 :

- 1 Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}^{*+}, x + \frac{1}{x} \geq 2$  ..... (2 pts)
- 2 Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}^{*+}, \sqrt{x+1} \leq \sqrt{x} + 1$  ..... (2 pts)
- 3 Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x^2} \neq 1 + \frac{x}{2}$  ..... (2 pts)

### Exercice 4 :

Montrer par récurrence :

- 1  $\forall n \in \mathbb{N}, 6^n - 1$  est divisible par 5 ..... (2,5 pts)
- 2  $\forall n \in \mathbb{N}^*, 1^2 + 3^2 + \dots + (2n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3}$  ..... (2,5 pts)