

SÉRIE 2 : PROJECTION DANS LE PLAN

Exercice 1

Soit ABC un triangle et soient I et J deux points du plan tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

- 1 Faire une figure convenable.
- 2 Montrer que J est le projeté de I sur (AB) parallèlement à (BC) .
- 3 Soit M le milieu de $[BC]$ et G le point d'intersection des deux droites (AM) et (IJ) .
 - a Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.
 - b Que représente le point G par rapport au triangle ABC ?

Exercice 2

$ABCD$ est un parallélogramme et M est un point du plan tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et N le projeté du point M sur (BC) parallèlement à (AB) .

- 1 Faire une figure convenable.
- 2 Montrer que $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$.
- 3 Montrer que $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.
- 4 Soit P un point du plan tel que $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$.
Montrer que $(MP) \parallel (BC)$.

Exercice 3

Soit ABC un triangle et soient E et F deux points du plan tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

- 1 Comparer $\frac{\overrightarrow{AE}}{\overrightarrow{AB}}$ et $\frac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{AC}}$.
- 2 En déduire que $(EF) \parallel (BC)$.
- 3 Soit O le point d'intersection des droites (EC) et (BF) .

Vérifier que $\frac{\overline{OE}}{\overline{OC}} = -\frac{1}{3}$.

- 4 La droite (OA) coupe $[EF]$ en I et coupe $[BC]$ en J .

Montrer que I est le milieu de $[EF]$ et que J est le milieu de $[BC]$.

Exercice 4

Soit $ABCD$ un parallélogramme et (Δ) une droite passant par C et coupant (AB) en E et (AD) en F .

Montrer que $\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} + \frac{\overline{AD}}{\overline{AF}} = 1$.

Exercice 5

ABC est un triangle.

P est le projeté orthogonal de B sur (AC) .

M est le projeté orthogonal de C sur (AB) .

Q est le projeté orthogonal de P sur (AB) .

N est le projeté orthogonal de M sur (AC) .

- 1 Faire une figure convenable.
- 2 Montrer que $AM \times AP = AC \times AQ$.
- 3 Montrer que $AM \times AD = AN \times AB$.
- 4 En déduire que $(BC) \parallel (NQ)$.

Exercice 6

Soit EFG un triangle et M le point du plan tel que $\overrightarrow{EM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{EF}$.

- 1 Construire le point N , le projeté de M sur la droite (FG) parallèlement à la droite (EG) .
- 2 Montrer que $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{3} \overrightarrow{Eg}$.
- 3 Montrer que $(MN) \parallel (EG)$.