

## SÉRIE 2 : ENSEMBLES DE NOMBRES

### Exercice 1

Calculer et simplifier :

$$A = \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \right) \times \frac{-3}{7} \quad ;; \quad B = \frac{\frac{5}{3} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{-3 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}} \quad ;; \quad C = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}} \quad ;;$$

$$D = \frac{1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}} \quad ;; \quad E = \frac{7 - \frac{4}{\sqrt{3}}}{12 - 21\sqrt{3}} \quad ;; \quad F = \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) \left( 1 - \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \right)$$

### Exercice 2

Calculer et simplifier :

$$A = (1 + \sqrt{5} - \sqrt{6})(1 + \sqrt{6} + \sqrt{5}) \quad ;; \quad B = \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{8})(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{8}) \quad ;;$$

$$C = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \quad ;; \quad D = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{125} + 7\sqrt{180} - \sqrt{405} \quad ;;$$

$$E = (11 - \sqrt{19})(11 + \sqrt{19}) - \frac{6\sqrt{147}}{2\sqrt{27}} \quad ;; \quad F = \frac{3}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} + \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

### Exercice 3

On considère les nombres suivants :  $a = \sqrt{10 + 2\sqrt{21}}$  et  $b = \sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$ .

1 Calculer  $a \times b$ .

2 On pose  $u = a + b$  et  $v = a - b$ .

a Calculer  $u^2$  et  $v^2$  puis déduire  $u$  et  $v$ .

b Déduire une écriture simplifiée de  $a$  et  $b$ .

**Exercice 4**

- 1 On pose  $A = 125 \left( \frac{3+33+333+3333}{5+55+555+5555} \right)^3$ . Montrer que  $A \in \mathbb{N}$ .
- 2 On pose  $B = 18 \left( \frac{7+777+77777}{3+333+33333} \right)^2$ . Montrer que  $B \in \mathbb{N}$ .
- 3 Soit  $x \in \mathbb{R}^*$  on pose  $a = x + \frac{1}{x}$  et  $b = x - \frac{1}{x}$ .
  - a Calculer en fonction de  $a$  :  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ;  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ;  $x^4 + \frac{1}{x^4}$ .
  - b Calculer en fonction de  $b$  :  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ;  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ;  $x^4 + \frac{1}{x^4}$ .

**Exercice 5**

On considère les nombres  $a = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ,  $b = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ ,  $c = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}$  et  $d = 1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ .

- 1 Calculer  $a \times b$  et  $c \times d$ .
- 2 Calculer  $a \times b \times c \times d$ .
- 3 On pose  $x = \sqrt{10 + \sqrt{75}} - \sqrt{10 - \sqrt{75}}$ . Calculer  $x^2$  puis en déduire une écriture simplifiée de  $x$ .

**Exercice 6**

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tels que :  $a+b=12$  et  $a^2+b^2-a \times b=51$ .

- 1 Calculer  $a^3 + b^3$ .
- 2 Montrer que  $a \times b = 31$ .
- 3 En déduire la valeur de  $a^2 + b^2$ .
- 4 Montrer que  $a^4 + b^4 = 4802$ .
- 5 Calculer  $a^5 + b^5$ .