

SÉRIE 2 : ENSEMBLES DE NOMBRES

Exercice 1

Calculer et simplifier :

$$A = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \times \frac{-3}{7} \quad ; \quad B = \frac{5 - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{-3 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}} \quad ; \quad C = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}} \quad ;$$

$$D = \frac{1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}}{1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{1 - \frac{2}{3}}} \quad ; \quad E = \frac{7 - \frac{4}{\sqrt{3}}}{12 - 21\sqrt{3}} \quad ; \quad F = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)\left(1 - \frac{4}{5} + \frac{1}{3}\right)$$

Exercice 2

Calculer et simplifier :

$$A = (1 + \sqrt{5} - \sqrt{6})(1 + \sqrt{6} + \sqrt{5}) \quad ; \quad B = \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{8}(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{8}) \quad ;$$

$$C = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \quad ; \quad D = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{125} + 7\sqrt{180} - \sqrt{405} \quad ;$$

$$E = (11 - \sqrt{19})(11 + \sqrt{19}) - \frac{6\sqrt{147}}{2\sqrt{27}} \quad ; \quad F = \frac{3}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} + \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

Exercice 3

On considère les nombres suivants : $a = \sqrt{10 + 2\sqrt{21}}$ et $b = \sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$.

① Calculer $a \times b$.

② On pose $u = a + b$ et $v = a - b$.

a Calculer u^2 et v^2 puis déduire u et v .

b Déduire une écriture simplifiée de a et b .

Exercice 4

- ① On pose $A = 125 \left(\frac{3 + 33 + 333 + 3333}{5 + 55 + 555 + 5555} \right)^3$. Montrer que $A \in \mathbb{N}$.
- ② On pose $B = 18 \left(\frac{7 + 777 + 77777}{3 + 333 + 33333} \right)^2$. Montrer que $B \in \mathbb{N}$.
- ③ Soit $x \in \mathbb{R}^*$ on pose $a = x + \frac{1}{x}$ et $b = x - \frac{1}{x}$.
 - a Calculer en fonction de a $x^2 + \frac{1}{x^2}$;; $x^3 + \frac{1}{x^3}$;; $x^4 + \frac{1}{x^4}$.
 - b Calculer en fonction de b : $x^2 + \frac{1}{x^2}$;; $x^3 + \frac{1}{x^3}$;; $x^4 + \frac{1}{x^4}$.

Exercice 5

On considère les nombres $a = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$, $b = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$, $c = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}$ et $d = 1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$.

- ① Calculer $a \times b$ et $c \times d$.
- ② Calculer $a \times b \times c \times d$.
- ③ On pose $x = \sqrt{10 + \sqrt{75}} - \sqrt{10 - \sqrt{75}}$. Calculer x^2 puis en déduire une écriture simplifiée de x .

Exercice 6

Soient a et b deux nombres réels tels que : $a + b = 12$ et $a^2 + b^2 - a \times b = 51$.

- ① Calculer $a^3 + b^3$.
- ② Montrer que $a \times b = 31$.
- ③ En déduire la valeur de $a^2 + b^2$.
- ④ Montrer que $a^4 + b^4 = 4802$.
- ⑤ Calculer $a^5 + b^5$.