

SÉRIE 2: LES RACINES CARRÉES

Exercice 1 :

1) Parmi les écritures suivantes, entourer celles qui sont correctes :

$$\sqrt{11} ; \sqrt{-11} ; \sqrt{11^2} ; \sqrt{(-11)^2} ; \sqrt{-11^2} ; \sqrt{-11^2} ; -\sqrt{11} ; \sqrt{11^2}.$$

2) Sans utiliser la calculatrice, Calculer : $\sqrt{1}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{16}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{36}$; $\sqrt{49}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt{81}$; $\sqrt{100}$; $\sqrt{121}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{169}$; $\sqrt{196}$; $\sqrt{225}$.

3) Sans utiliser la calculatrice, donner le résultat de : $A = \sqrt{57 + \sqrt{43 + \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}}}}}$.

Exercice 2 :

1) Écrire sous forme $a\sqrt{2}$ les nombres suivants :

$$\sqrt{8} ; \sqrt{18} ; \sqrt{32} ; \sqrt{50} ; \sqrt{72} ; \sqrt{98} ; \sqrt{128} ; \sqrt{162} ; \sqrt{200}.$$

2) Écrire sous forme $a\sqrt{3}$ les nombres suivants :

$$\sqrt{12} ; \sqrt{27} ; \sqrt{48} ; \sqrt{75} ; \sqrt{108} ; \sqrt{147} ; \sqrt{192} ; \sqrt{243} ; \sqrt{300}.$$

3) Écrire sous forme $a\sqrt{5}$ les nombres suivants :

$$\sqrt{20} ; \sqrt{45} ; \sqrt{80} ; \sqrt{125} ; \sqrt{180} ; \sqrt{245} ; \sqrt{320} ; \sqrt{405} ; \sqrt{500}.$$

4) Écrire sous forme $a\sqrt{13}$ les nombres suivants :

$$A = \sqrt{637} + \sqrt{468} - \sqrt{1573} ; B = \sqrt{2925} - 11\sqrt{13} ; C = 3\sqrt{2886} - 3\sqrt{1872} + 5\sqrt{13}.$$

Exercice 3 :

1) Écrire sous forme $a\sqrt{b}$ les nombres suivants :

$$\sqrt{28} ; \sqrt{63} ; \sqrt{176} ; \sqrt{252} ; \sqrt{275} ; \sqrt{539} ; \sqrt{567} ; \sqrt{640} ; \sqrt{891}.$$

2) Écrire sous forme $a\sqrt{b}$ les nombres suivants :

$$A = 3\sqrt{5} + 4\sqrt{45} - 3\sqrt{245} ; B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12} ; C = \sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125} ; D = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}.$$

3) Écrire sous forme $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ les nombres suivants :

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} ; J = \frac{3}{\sqrt{5}} ; K = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} ; L = \frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{11}} ; M = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{11}} ; N = \frac{7\sqrt{2}}{3\sqrt{11}}.$$

Exercice 4 :

1) Calculer sans utiliser la calculatrice, les nombres suivants :

$$A = \sqrt{8} \times \sqrt{2} ; B = \sqrt{18} \times \sqrt{50} ; C = \sqrt{24} \times \sqrt{27} \times \sqrt{8} ; D = \sqrt{50} \times \sqrt{14} \times \sqrt{21} \times \sqrt{3}.$$

2) Calculer sans utiliser la calculatrice, les nombres suivants :

$$E = \frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}} ; F = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{28}} ; G = \frac{\sqrt{117}}{\sqrt{199}} ; H = \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{245}} ; K = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{196}}.$$

3) Écrire sous forme de $a + b\sqrt{c}$ les nombres suivants :

$$L = \sqrt{2}(\sqrt{8} + 4\sqrt{3}) ; M = \sqrt{7}(3\sqrt{7} - 5) ; N = (\sqrt{5} - 3)(2 + \sqrt{5}) ; P = (2\sqrt{6} + 1)(8 - 5\sqrt{6}) ; Q = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 ; R = (3\sqrt{7} + 5)^2 ; S = (3\sqrt{5} - 2\sqrt{7})^2.$$

Exercice 5 :

1) Calculer les fractions suivants sans racine carrées au dénominateur :

$$A = \frac{1}{2+\sqrt{3}} ; B = \frac{5}{4-\sqrt{6}} ; C = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} ; D = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} ; E = \frac{7}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} ; F = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} ; G = \frac{\sqrt{13}+2}{\sqrt{13}-1}.$$

2) Calculer sans utiliser la calculatrice, les nombres suivants :

$$H = \sqrt{3^2} ; I = \sqrt{3^6} ; J = \sqrt{3^5} ; L = \sqrt{10^7} ; M = \sqrt{2^9} ; N = \sqrt{a^{2n}} ; P = \sqrt{a^{2n+1}}.$$

3) Calculer les nombres suivants :

$$Q = (5-\sqrt{7})(5+\sqrt{7}) ; R = (11+\sqrt{5})(11-\sqrt{5}) ; S = (\sqrt{11}-\sqrt{19})(\sqrt{11}+\sqrt{19}) ; U = (3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}) ; V = (3\sqrt{5}-2\sqrt{3})(3\sqrt{5}+2\sqrt{3}) ; X = (3\sqrt{7}+5)(3\sqrt{7}-5) ; Y = (3\sqrt{5}-2\sqrt{7})(3\sqrt{5}+2\sqrt{7}).$$

Exercice 6 :

On considère les nombres suivants : $m = 7 + 4\sqrt{3}$ et $n = 7 - 4\sqrt{3}$.

1) Montrer que $m = \frac{1}{n}$.

2) Calculer m^2 et n^2 .

3) Dédurre de la question précédente que $\sqrt{97+56\sqrt{3}} - \sqrt{97-56\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$.

4) Vérifier que $u = \frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ est un entier naturel.

5) Justifier que $v = \frac{\sqrt{48-7}}{2\sqrt{97-56\sqrt{3}}}$ est une fraction d'entiers.

Exercice 6 :

1) Résoudre les équations suivantes :

$$a) x^2 = 3^2 ; b) x^2 = 36 ; c) x^2 = 81 ; d) x^2 = 16 ; e) x^2 = -1 ; f) x^2 = 0 ; g) x^2 = 1,44 ; h) x^2 = 1,96 ; i) x^2 = -10 ; j) x^2 = 225.$$

2) Résoudre les équations suivantes :

$$a) (x-1)^2 = 4^2 ; b) (x+3)^2 = 36 ; c) (x-1,5)^2 = 81 ; d) (2+x)^2 = 16 ; e) (2x+3)^2 = -1 ; f) (5x-40)^2 = 0 ; g) (x-0,8)^2 = 1,44 ; h) (x-0,4)^2 = 1,96 ; i) (x+10)^2 = -10.$$