

## SÉRIE 2: ORDRE ET OPÉRATIONS



### Exercice 1 :

Comparer les nombres  $a$  et  $b$  dans chacun des cas suivants :

$$a = 7 \text{ et } b = -25 ; ; \quad a = \frac{-100}{3} \text{ et } b = 0,53 ; ; \quad a = \frac{3}{5} \text{ et } b = \frac{8}{7} ; ; \quad a = \frac{7}{4} \text{ et } b = \frac{9}{5} ; ; \\ a = -\frac{17}{3} \text{ et } b = 5,7 ; ; \quad a = 7,1 \text{ et } b = 7,15 ; ; \quad a = \frac{17}{5} \text{ et } b = \frac{67}{20} ; ; \quad a = \frac{29}{40} \text{ et } b = \frac{40}{29}.$$

### Exercice 2 :

Comparer les nombres  $a$  et  $b$  dans chacun des cas suivants :

$$a = \sqrt{7} \text{ et } b = 3 ; ; \quad a = \sqrt{17} \text{ et } b = \sqrt{23} ; ; \quad a = -4 \text{ et } b = \sqrt{10} ; ; \quad a = \sqrt{10} \text{ et } b = 1 + \sqrt{10} ; ; \\ a = \sqrt{8} \text{ et } b = \sqrt{8}-3 ; ; \quad a = \sqrt{19}-5 \text{ et } b = \sqrt{19}+1 ; ; \quad a = \sqrt{39} \text{ et } b = \frac{\sqrt{39}}{5} ; ; \quad a = \sqrt{16} \text{ et } b = \sqrt{9}.$$

### Exercice 3 :

Comparer les nombres  $a$  et  $b$  dans chacun des cas suivants :

$$a = 2\sqrt{7} \text{ et } b = 3\sqrt{5} ; ; \quad a = 3\sqrt{17} \text{ et } b = 2\sqrt{23} ; ; \quad a = 3\sqrt{5} + 13 \text{ et } b = 3\sqrt{5} - 17 ; ; \\ a = 4\sqrt{10} - \sqrt{7} \text{ et } b = 4\sqrt{10} + \sqrt{7} ; ; \quad a = 3\sqrt{8} + 2 \text{ et } b = 5\sqrt{3} + 1 ; ; \quad a = \sqrt{19} - 5 \text{ et } b = \sqrt{19} + 1 ; ; \\ a = \sqrt{39} \text{ et } b = \frac{\sqrt{39}}{5} ; ; \quad a = \sqrt{16} \text{ et } b = \sqrt{9}.$$

### Exercice 4 :

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres tels que :  $2 \leq a \leq 5$  et  $2 \leq b \leq 4$ .

Donner un encadrement des nombres suivants :

$$a+3 ; ; \quad 4a ; ; \quad -5b ; ; \quad b-3 ; ; \quad \frac{1}{a} ; ; \quad \frac{3}{b} ; ; \quad a+b ; ; \quad a-b ; ; \quad \frac{1}{a+b} ; ; \quad \frac{a-b}{a+b} ; ; \\ 2a+b ; ; \quad -5a+2b ; ; \quad a^2 ; ; \quad (a-1)^2.$$

### Exercice 5 :

Soient  $n$  un entier naturel non nul .

Comparer les nombres  $a$  et  $b$  dans chacun des cas suivants :

- 1     $a = \frac{1}{n}$    et    $b = \frac{2}{n+1}$ .
- 2     $a = \frac{n}{n+1}$    et    $b = \frac{n+1}{n+2}$ .
- 3     $a = \frac{n}{\sqrt{n+1}}$    et    $b = \sqrt{n+1}$ .

### Exercice 6 :

Soient  $x$  et  $y$  deux nombres tels que :  $3 \leq a - 2 \leq 4$  et  $0 \leq b - 2 \leq 1$ .

- 1 Donner un encadrement de chacun des nombres  $x$  et  $y$ .
- 2 On pose  $E = ab - 3a + b$ .
  - a Vérifier que  $E = (a+1)(b-3) + 3$ .
  - b Montrer que  $-4 \leq E \leq 3$

### Exercice 7 :

Soient  $a$  un nombre tel que  $0 < a < 1$ . On pose  $b = \frac{1+\sqrt{a}}{2}$

- 1 Montrer que  $\frac{1}{2} < b < 1$ .
- 2 Montrer que  $b - a = \frac{(1-\sqrt{a})(1+2\sqrt{a})}{2}$ .
- 3 En déduire que  $a < b$

### Exercice 8 :

- 1 Comparer les nombres  $A$  et  $B$  dans chacun des cas suivants :

★  $A = 2\sqrt{3}$  et  $B = \sqrt{13}$ .  
 ★  $A = 2\sqrt{3} + 2025^7$  et  $B = \sqrt{13} + 2025^7$ .  
 ★  $A = \frac{-5}{17+\sqrt{11}}$  et  $B = \frac{-5}{17+\sqrt{13}}$ .

- 2 Soient  $a$  et  $b$  deux nombres tels que  $1 \leq a \leq 3$  et  $-4 \leq b \leq -2$ .

Donner l'encadrement de chacun des nombres :  $a+b$  ; ;  $a-b$  ; ;  $ab$  ; ;  $\frac{a}{b}$  ; ;  $\frac{a-b}{a^2}$ .

### Exercice 9 :

$a$  et  $b$  sont deux nombres strictement positifs.

- 1 Comparer les nombres  $a$  et  $2\sqrt{a}-1$
- 2 Comparer les nombres  $x = 1 + \frac{2a}{7b}$  et  $y = \frac{8a}{7a+2b}$

### Exercice 9 :

$a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois nombres tels que  $2 < a < 3$ ,  $\frac{1}{2} < b < 1$  et  $-5 < c < 5$ .

- 1 Encadrer les nombres suivants :  $a^2$  ; ;  $b^2$  ; ;  $c^2$  ; ;  $\sqrt{a+1}$  ; ;  $3-b^2$ .
- 2 En déduire une comparaison des nombres  $\sqrt{a+1}$  et  $3-b^2$