

SÉRIE 1 : TRIGONOMETRIE

Exercice 1

- 1 Compléter le tableau suivant :

degré	20		35		72		100
radian		$\frac{\pi}{10}$		$\frac{5\pi}{9}$		$\frac{17\pi}{30}$	

- 2 Déterminer les mesures principales des mesures d'angles en radian suivantes :

$\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{3}$	$\frac{17\pi}{4}$	$-\frac{35\pi}{4}$
$\frac{71\pi}{6}$	$-\frac{67\pi}{6}$	$\frac{127\pi}{12}$	$-\frac{137\pi}{15}$	$\frac{329\pi}{7}$	$-\frac{525\pi}{9}$

- 3 Compléter le tableau suivant :

x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{49\pi}{6}$	$\frac{57\pi}{4}$	$\frac{67\pi}{3}$	$-\frac{71\pi}{3}$	$-\frac{157\pi}{4}$
$\cos(x)$								
$\sin(x)$								
$\tan(x)$								

Exercice 2

- 1 Sachant que $\cos(x) = -\frac{2}{3}$ et $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.
Calculer : $\sin(x)$ et $\tan(x)$

- 2 Sachant que $\sin(x) = \frac{1}{4}$ et $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
Calculer $\cos(x)$ et $\tan(x)$
- 3 Sachant que $\tan(x) = \sqrt{5}$ et $x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$.
Calculer $\cos(x)$ et $\sin(x)$

Exercice 3

- 1 Sachant que $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.
calculer : $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)$, $\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$, $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$
- 2 Sachant que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.
calculer : $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$, $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$, $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

Exercice 4

Simplifier les expressions suivantes :

- ★ $A = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{13\pi}{2} + x\right) + \cos(15\pi + x)$
- ★ $B = \cos(2\pi - x) + \cos(17\pi + x) + 2\sin(8\pi + x) - \sin(-17\pi - x)$
- ★ $C = \cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) + \sin(33\pi + x) + 3\cos\left(\frac{25\pi}{2} + x\right)$
- ★ $D = \sin\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{19\pi}{2} - x\right) + \sin(33\pi + x) - \cos(21\pi - x)$
- ★ $E =$

Exercice 5

- 1 Soit $x \in \mathbb{R}$. Démontrer que :
- a $(\cos x + \sin x)^2 = 1 + 2 \cos x \sin x$
- b $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$
- c $\cos^4 x - \sin^4 x = 2 \cos^2 - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$
- d $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$.
- 1 Soit x un réel tel que $x \neq \frac{k\pi}{2} / k \in \mathbb{Z}$. Démontrer que :

$$\begin{aligned} \text{a) } \cos^2 x - \sin^2 x &= \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \\ \text{b) } \frac{1 - \cos x}{\sin x} &= \frac{\sin x}{1 + \cos x} \\ \text{c) } \frac{\sin^2 x - \sin^4 x}{\cos^2 x - \cos^4 x} &= 1 \\ \text{d) } \frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} &= \frac{2}{\sin^2 x} \end{aligned}$$

Exercice 6

1) Démontrer que :

$$\begin{aligned} \text{a) } \cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{4\pi}{10} + \cos \frac{6\pi}{10} + \cos \frac{9\pi}{10} &= 0 \\ \text{b) } \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8} &= 0 \\ \text{c) } \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8} &= 2 \end{aligned}$$

2) Calculer les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5} + \cos \frac{9\pi}{10} \\ \text{b) } B &= \sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{4\pi}{5} + \sin \frac{6\pi}{5} + \sin \frac{8\pi}{5} \\ \text{c) } C &= \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} \\ \text{d) } D &= \cos^2 \frac{\pi}{10} + \cos^2 \frac{2\pi}{10} + \cos^2 \frac{3\pi}{10} + \cos^2 \frac{4\pi}{10} \end{aligned}$$

Exercice 7

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\begin{aligned} (E_1) : \cos x &= \cos \frac{\pi}{5} \quad ; \quad (E_2) : \sin x = \cos \frac{2\pi}{5} \quad ; \quad (E_3) : \sin x = \frac{1}{2} \\ (E_4) : \cos x &= \frac{1}{2} \quad ; \quad (E_5) : \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad (E_6) : \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

2) Résoudre dans $[-\pi, 3\pi]$ les équations suivantes :

$$\begin{aligned} (E_7) : \cos x &= \cos \frac{\pi}{7} \quad ; \quad (E_8) : \sin x = \sin \frac{2\pi}{7} \quad ; \quad (E_9) : \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ (E_{10}) : \cos x &= \frac{\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad (E_{11}) : \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad ; \quad (E_{12}) : \cos x = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$