

SÉRIE 1 : ROTATION DANS LE PLAN

Exercice 1

Soit $ABCD$ un losange tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et soit E le symétrique de C par rapport à B .

- 1 a Montrer qu'il existe une unique rotation R telle que :
 $R(B) = D$ et $R(E) = B$.
 b Déterminer l'angle de la rotation R .
 c Montrer que A est le centre de la rotation R .
- 2 Soit I le milieu de $[BE]$ et $J = R(I)$. Montrer que A , J et C sont alignés.
- 3 Soit H le projeté orthogonal de I sur (AB) . La parallèle à (BD) passant par H coupe (AD) au point K .
 - a Montrer que $R(H) = K$.
 - b Montrer que les droites (KJ) et (AD) sont perpendiculaires.

Exercice 2

- 1 Soit $ABCD$ un carré direct tel que $AB = 5cm$ et soit E le symétrique de A par rapport à D . Calculer AC .
- 2 Soit R la rotation de centre D qui transforme A en C .
 - a Déterminer l'angle de la rotation R .
 - b Déterminer l'image de la droite (AB) par la rotation R .
 - c Montrer que $R(C) = E$ et en déduire que $(AC) \perp (EC)$.
- 2 Soit (C) le cercle de diamètre $[AC]$ et M un point de (C) distinct de A et de C et M' son image par R .
 - a Déterminer la nature du triangle AMC .
 - b Déduire la nature du triangle $EM'C$.

Exercice 3

Soit ABC un triangle rectangle en A dans le sens direct tel que

$$\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC} \right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi].$$

Soient I et J deux points du plan à l'extérieur du triangle ABC tels que les triangles AIB et BJC soient des triangles équilatéraux.

On désigne par K le symétrique de A par rapport à la droite (BC) .

- 1 Tracer une figure convenable
- 2 Soit R la rotation de centre B et d'angle $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.
 - a Préciser $R(I)$ et $R(C)$ et en déduire que $IC = AJ$.
 - b Montrer que $R(A) = K$ et que K est le milieu de $[CJ]$.
- 3
 - a Montrer que le quadrilatère $AIBK$ est un losange.
 - b Déduire que les droites (IA) et (CJ) sont perpendiculaires.
- 4 On désigne par (C_1) et (C_2) les cercles de centres respectifs I et A et de rayon r où $r > 0$.
 - a Montrer que $R(C_1) = (C_2)$.
 - b La droite (IC) coupe (C_1) en M et la droite (AJ) coupe (C_2) en N . Montrer que $R(M) = N$.

Exercice 4

Soit $MNPQ$ un carré de centre O tel que $\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MQ} \right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit E un point de la demi-droite $[QM)$ et extérieur au carré $MNPQ$.

On considère la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

- 1 Faire une figure convenable.
- 2 Déterminer l'image de la droite (MN) par la rotation R .
- 3 Soit F l'image de E par la rotation R . Démontrer que F appartient à la droite (MN) et que $ME = NF$ puis construire F .
- 4 Soit G le symétrique de E par rapport à O .
 - a Démontrer que $R(F) = G$.
 - b Déduire que le triangle EFG est un triangle rectangle et isocèle.

Exercice 5

Soient $ABCD$ et $AEFG$ deux carrés tels que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$,

$AD = AE$, $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AG}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

- 1 Construire une figure convenable.
- 2 Montrer que $\frac{5\pi}{6}$ est l'angle de la rotation R de centre A et qui transforme B en E.
- 3 a Déterminer $R(C)$ et $R(D)$.
- b Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\widehat{BC}; \widehat{EF})$.
- 4 Déterminer l'image de la droite (BC) par la rotation R.
- 5 Soit K le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, -1)$, $(C, -1)$. On pose $R(H) = K$. Montrer que les points F, G et H sont alignés.