SÉRIE 2 : ÉQUATIONS–INÉQUATIONS–SYSTÈMES

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- $(E_1): |2x-3| = 4$. $(E_2): |x-3|+7=0$. $(E_3): 2|x-2|-|2-3x|-5=0$
- $(E_4): 2|x-1| = 6x-3$. $(E_5): |3x-4| = |4x-9|$. $(E_6): \sqrt{x-2} = 1$
- $(E_7): \sqrt{2x-1} = x-2$. $(E_8): \sqrt{|x+1|+3} = 3$. $(E_9): \dfrac{2x+1}{|x+3|-1} = 2$

2. Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre m, les équations suivantes :

- $(E_{10}): (m+1)x = 3m-2$. $(E_{11}): (2m-1)x+m+5 = (5-3m)x+4m-7$
- $(E_{12}): (m^2-9)x-m = 3$. $(E_{13}): m(mx-2) = 2(3+mx)-10$

Exercice 2

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- $(I_1): \dfrac{2x-3}{x+1} \geq 0$. $(I_2): \dfrac{x-3}{2x+1} \leq 1$. $(I_3): \dfrac{3x-1}{2} - \dfrac{1}{3} < \dfrac{x+2}{3}$
- $(I_4): |2x+5| < 6$. $(I_5): |3x-2| > 5$. $(I_6): \dfrac{3x-2}{2x+1} \geq \dfrac{2x+1}{3x-2}$
- $(I_7): \sqrt{2x-1} \leq 2$. $(I_8): |x+1|+2|x-3| > 4$. $(I_9): 9x^2 < 4$

2. Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre m, les inéquations suivantes :

- $(I_{10}): mx+3-m \geq 2x-1$. $(I_{11}): (m^2-1)(x+3) \leq m+5$
- $(I_{12}): \dfrac{mx-3}{x-m} > 2$. $(I_{13}): x^2+4 < m^2$

Exercice 3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- $(E_{14}): x^2-x-12=0$. $(E_{15}): 4x^2+20x+25=0$. $(E_{16}): 3x^2+2x+1=0$
- $(E_{17}): 2x^2+7x-15=0$. $(E_{18}): 9x^2-12x+4=0$. $(E_{19}): 5x^2-4x+1=0$

2. Factoriser si possible, les polynômes suivants :

- $P(x) = x^2 + 2x - 15$ - $Q(x) = 4x^2 - 12x + 4$ - $R(x) = 3x^2 + 5x + 4$
- $F(x) = x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$ - $G(x) = 2x^2 - \sqrt{5}x - 5$ - $H(x) = x^2 + \sqrt{2}x + 1$

Exercice 4

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): t^2 - 5t + 4 = 0$
2. Déduire la résolution des équations suivantes :
   - ★ $(E_1):\ x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ ★ $(E_2):\ x - 5\sqrt{x} + 4 = 0$
   - ★ $(E_3):\ x^2 - 5|x| + 4 = 0$ ★ $(E_4):\ \frac{1}{x2} - 5\frac{1}{x} + 4 = 0$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
   - ★ $2x^4 - 5x^2 - 3 = 0$ ★ $3x^4 + 13x^2 + 4 = 0$
   - ★ $4x - 9\sqrt{x} + 2 = 0$ ★ $2x - \sqrt{x} - 15 = 0$
   - ★ $6x^2 - 29|x| + 28 = 0$ ★ $5x^2 + 6|x| - 8 = 0$

Exercice 5

1. On considère l'équation suivante (E_1) : $x^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$
   a. Montrer que l'équation (E_1) admet deux solutions distinctes α et β . On ne demande pas de les calculer.
   b. Calculer $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$, $\alpha\beta^2+\alpha^2\beta$, $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$, $\alpha^2+\beta^2$ et $\alpha^3+\beta^3$
2. On considère l'équation suivante (E_2) : $qx^2 - px - q = 0$ où p et q sont deux réels non nuls.
   a. Montrer que l'équation $(E2)$ admet deux solutions distinctes α et β . On ne demande pas de les calculer.
   b. Calculer $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$, $\alpha\beta^2+\alpha^2\beta$, $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$, $\alpha^2+\beta^2$ et $\alpha^3+\beta^3$

Exercice 6

On considère l'équation suivante (E) : $x^4 - 7x^3 + 16x^2 - 14x + 4 = 0$

1. a. Vérifier que 0 n'est pas une solution de l'équation (E)
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E') : $X^2 - 7X + 12 = 0$.
2. Montrer que α est une solution de l'équation (E) si, et seulement si $\alpha + \frac{2}{\alpha}$ est une solution de l'équation (E').

3 En déduire les solutions de l'équation (E).

Exercice 7

1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

★ $(I_{21}): x^2-2x-15 \geq 0$ ★ $(I_{22}): 6x^2-x-2 \leq 0$

★ $(I_{23}): 4x^2-4\sqrt{3}x+3>0$ ★ $(I_{24}): x^2-8x+16 \leq 0$

★ $(I_{25}): \sqrt{3}x^2+x+2 \geq 0$ ★ $(I_{26}): 3x^2-6x+7<0$

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

★ $(I_{27}): \dfrac{x^2-3x+2}{3x+2}>0$ ★ $(I_{28}): \dfrac{-x^2+x-1}{3x^2-2x-1} \leq 0$

★ $(I_{29}): \dfrac{x^2+x-6}{x(x^2+3x+2)}<0$ ★ $(I_{30}): \dfrac{x+3}{x-1}<2x-1$

★ $(I_{31}): \dfrac{2x+1}{x-3}>\dfrac{x+1}{3x-1}$ ★ $(I_{32}): \dfrac{x^2+x-6}{x^2-x-6} \geq -1$

★ $(I_{33}): \dfrac{x-4}{x-1}-\dfrac{x}{3-x} \leq 1$ ★ $(I_{34}): \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{2x-3}>\dfrac{6}{6x-7}$

Exercice 8

1 Résoudre suivant les valeurs du paramètre m les équations suivantes :

★ $(E_{30})\ :\ (m+1)x^2-2mx+m-3=0$

★ $(E_{31})\ :\ (m^2-2)x^2-2(m-2)x+1=0$

2 Soit m un réel. On considère l'équation $(E_m\ :\ (2-m)x^2-mx+1=0$

a Résoudre suivant les valeurs du paramètre m, l'équation (E_m)

b Déterminer les valeurs du paramètre m pour lesquelles l'équation (E_m) admette deux solutions x_1 et x_2 telles que $x_1<x_2<2$.

3 Soit m un réel. On considère l'équation $(E_m\ :\ mx^2-2(m-1)x+3m+2=0$ Déterminer la valeur de m pour laquelle l'équation admette 1 pour solution, puis déterminer l'autre solution.

Exercice 9

1 Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode de Cramer :

★ $(S_1)\ :\ \begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x+4y=-1 \end{cases}$ ★ $(S_2)\ :\ \begin{cases} 2x-y=1 \\ -6x+3y=-1 \end{cases}$

★ (S_3) : $\begin{cases} 5x+6y=-3 \\ -3x-y=7 \end{cases}$ ★ (S_4) : $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$

2 Résoudre suivant les valeurs du paramètre réel m les systèmes suivants :

★ (S_1') : $\begin{cases} 2mx+4y=2m \\ (2m-3)x+(m-1)y=1 \end{cases}$ ★ (S_2') : $\begin{cases} (m+1)x+y=m+3 \\ 3x+(m-1)y=-3 \end{cases}$

3 Déterminer les réels x et y dans chacun des cas suivants :

★ $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-3 \end{cases}$ ★ $\begin{cases} x-y=3\sqrt{2} \\ xy=4 \end{cases}$

4 Résoudre graphiquement les systèmes d'inéquations suivants :

★ $\begin{cases} x>1 \\ y<2 \end{cases}$ ★ $\begin{cases} x+y-1\geq 0 \\ 2y-x+3\leq 0 \end{cases}$