SÉRIE 3 : BARYCENTRE DANS LE PLAN

Exercice 1

Justifier que les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

★ Affirmation 1 : Si $G = bar\{(A,3);(B,-7)\}$ alors $G = bar\left\{(A,-1);(B,\frac{7}{3})\right\}$.

★ Affirmation 2 : Si $G = bar\{(E,-1);(F,7)\}$ alors $6\overrightarrow{GE} = 7\overrightarrow{EF}$.

★ Affirmation 3 : Si J est le milieu de [MN], alors $J = bar\{(M,4);(N,4)\}$.

★ Affirmation 4 : L'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = 0$ est la médiatrice du segment [AB].

★ Affirmation 5 : Si $G = bar\{(A,2);(B,1);(C,-1);(D,3)\}$ alors $G = bar\{(G_1,3);(G_2,2)\}$ où $G_1 = bar\{(A,2);(B,1)\}$ et $G_2 = bar\{(C,-1);(D,3)\}$.

Exercice 2

Cet exercice est un QCM où une ou plusieurs réponses proposées sont exactes.

1 soit E et F deux point du plan. L'ensemble des points M tels que $\|\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}\| = 2$ est :

a) un cercle b) un point c) une droite d) l'ensemble vide.

2 Si $G = bar\{(M,4);(N,-5)\}$ alors :

a) $\overrightarrow{GM} = 5\overrightarrow{MN}$ b) $\overrightarrow{GM} = -5\overrightarrow{MN}$ c) $\overrightarrow{GN} = 5\overrightarrow{MN}$

d) $4\overrightarrow{GM} = 5\overrightarrow{GN}$.

3 Soit G le centre de gravité d'un triangle PQR , alors :

a) $\overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{GR} = \vec{0}$ b) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR} = 3\overrightarrow{PG}$

c) $\overrightarrow{PG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{PQ} + \frac{2}{3}\overrightarrow{PR}$ d) $G = bar\{(P,17);(Q,17);(R,17)\}$

4 Soit E et F deux points du plan, et I le milieu du segment [EF] et $G = bar\{(E,3);(F,-2)\}$. Alors l'ensemble des points M du plan tels que $\|3\overrightarrow{ME} - 2\overrightarrow{MF}\| = \|\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}\|$ est :

a) Le cercle de diamètre $[GI]$ b) La médiatrice de $[GI]$ c) $\varnothing$

d) Le cercle de centre I et de rayon IE.

Exercice 3

Soit MNP un triangle.

1. Déterminer et construire G, le barycentre du système pondéré $\{(M,1);(N,-1);(P,1)\}$.
2. Déterminer et construire G', le barycentre du système pondéré $\{(M,1);(N,5);(P,-2)\}$.
3. Soit J le milieu de $[MN]$. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{GG'}$ et $\overrightarrow{JG'}$ en fonction de $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ et en déduire le point d'intersection des droites (GG') et (MN)
4. Montrer que le barycentre I du système $\{(N,2);(P,-1)\}$ appartient à la droite (GG').
5. Soit Q un point quelconque du plan, on note O et K les milieux respectifs de $[PQ]$ et $[OM]$. Déterminer trois réels α, β, γ tels que K soit le barycentre du système $\{(M,\alpha);(Q,\beta);(P,\gamma)\}$.

Exercice 4

ABC est un triangle rectangle en A, le point I est le milieu de [AB] et A' est le milieu de [AC] tel que $AB = 4cm$ et $AC = 6cm$.

1. a) Placer le point G tel que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
   b) Quelle est la nature du quadrilatère BAA'G ?
   c) Calculer AG.
2. Démontrer que G est le barycentre du système $\{(A,-1);(B,2);(C,1)\}$.
3. a) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_1$ des points M du plan tels que $\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2AG$.
   b) Montrer que A et C appartiennent à $\mathcal{E}_1$
4. Soit M un point du plan, on pose $\vec{V}_M = -\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$.
   a) Montrer que $\vec{V}_M$ est un vecteur constant.
   b) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_2$ des points M du plan tels que $\|\vec{V}_M\| = \|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$.
5. a) Vérifier que le système $\{(A,2);(B-3);(C,-1)\}$ admet un barycentre que l'on notera G', puis le placer dans la figure.
   b) Montrer que les points G, G' et A' sont alignés.