

SÉRIE 3 : BARYCENTRE DANS LE PLAN

Exercice 1

Justifier que les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

- ★ Affirmation 1 : Si $G = \text{bar}\{(A, 3); (B, -7)\}$ alors $G = \text{bar}\{(A, -1); (B, \frac{7}{3})\}$.
- ★ Affirmation 2 : Si $G = \text{bar}\{(E, -1); (F, 7)\}$ alors $6\overrightarrow{GE} = 7\overrightarrow{EF}$.
- ★ Affirmation 3 : Si J est le milieu de $[MN]$, alors $J = \text{bar}\{(M, 4); (N, 4)\}$.
- ★ Affirmation 4 : L'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = 0$ est la médiatrice du segment $[AB]$.
- ★ Affirmation 5 : Si $G = \text{bar}\{(A, 2); (B, 1); (C, -1); (D, 3)\}$ alors $G = \text{bar}\{(G_1, 3); (G_2, 2)\}$ où $G_1 = \text{bar}\{(A, 2); (B, 1)\}$ et $G_2 = \text{bar}\{(C, -1); (D, 3)\}$.

Exercice 2

Cet exercice est un QCM où une ou plusieurs réponses proposées sont exactes.

- 1 Soit E et F deux points du plan. L'ensemble des points M tels que $\|\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}\| = 2$ est :
 - a) un cercle
 - b) un point
 - c) une droite
 - d) l'ensemble vide.
- 2 Si $G = \text{bar}\{(M, 4); (N, -5)\}$ alors :
 - a) $\overrightarrow{GM} = 5\overrightarrow{MN}$
 - b) $\overrightarrow{GM} = -5\overrightarrow{MN}$
 - c) $\overrightarrow{GN} = 5\overrightarrow{MN}$
 - d) $4\overrightarrow{GM} = 5\overrightarrow{GN}$.
- 3 Soit G le centre de gravité d'un triangle PQR , alors :
 - a) $\overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{GR} = \vec{0}$
 - b) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR} = 3\overrightarrow{PG}$
 - c) $\overrightarrow{PG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{PQ} + \frac{2}{3}\overrightarrow{PR}$
 - d) $G = \text{bar}\{(P, 17); (Q, 17); (R, 17)\}$
- 4 Soit E et F deux points du plan, et I le milieu du segment $[EF]$ et $G = \text{bar}\{(E, 3); (F, -2)\}$. Alors l'ensemble des points M du plan tels que $\|3\overrightarrow{ME} - 2\overrightarrow{MF}\| = \|\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}\|$ est :
 - a) Le cercle de diamètre $[GI]$
 - b) La médiatrice de $[GI]$
 - c) \emptyset
 - d) Le cercle de centre I et de rayon IE .

Exercice 3

Soit MNP un triangle.

- 1 Déterminer et construire G, le barycentre du système pondéré $\{(M, 1); (N, -1); (P, 1)\}$.
- 2 Déterminer et construire G' , le barycentre du système pondéré $\{(M, 1); (N, 5); (P, -2)\}$.
- 3 Soit J le milieu de $[MN]$. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{GG'}$ et $\overrightarrow{JG'}$ en fonction de \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{MP} et en déduire le point d'intersection des droites (GG') et (MN) .
- 4 Montrer que le barycentre I du système $\{(N, 2); (P, -1)\}$ appartient à la droite (GG') .
- 5 Soit Q un point quelconque du plan, on note O et K les milieux respectifs de $[PQ]$ et $[OM]$. Déterminer trois réels α, β, γ tels que K soit le barycentre du système $\{(M, \alpha); (Q, \beta); (P, \gamma)\}$.

Exercice 4

ABC est un triangle rectangle en A, le point I est le milieu de [AB] et A' est le milieu de [AC] tel que $AB = 4\text{cm}$ et $AC = 6\text{cm}$.

- 1
 - a Placer le point G tel que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
 - b Quelle est la nature du quadrilatère BAA'G ?
 - c Calculer AG.
- 2 Démontrer que G est le barycentre du système $\{(A, -1); (B, 2); (C, 1)\}$.
- 3
 - a Déterminer l'ensemble \mathcal{E}_1 des points M du plan tels que $\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2AG$.
 - b Montrer que A et C appartiennent à \mathcal{E}_1
- 4 Soit M un point du plan, on pose $\vec{V}_M = -\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$.
 - a Montrer que \vec{V}_M est un vecteur constant.
 - b Déterminer l'ensemble \mathcal{E}_2 des points M du plan tels que $\|\vec{V}_M\| = \|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$.
- 5
 - a Vérifier que le système $\{(A, 2); (B, -3); (C, -1)\}$ admet un barycentre que l'on notera G' , puis le placer dans la figure.
 - b Montrer que les points G, G' et A' sont alignés.