

DEVOIR SURVEILLE n°3

Exercice 1

On considère $P(x)$ et $Q(x)$ les deux polynômes tels que :

$$P(x) = x^3 - 7x - 6 \quad \text{et} \quad Q(x) = x^2 - x - 6$$

- 1 Déterminer l'expression du polynôme $(P + Q)(x)$ et donner son degré $d^o(P + Q)$
- 2 Déterminer l'expression du polynôme $(P \times Q)(x)$ et donner son degré $d^o(P \times Q)$
- 3 Vérifier que -1 est une racine du polynôme $P(x)$. Que peut-on déduire sur $P(x)$?
- 4 Démontrer, en utilisant la division euclidienne, que $P(x) = (x + 1)Q(x)$
- 5 Montrer que $Q(x)$ est divisible par $(x - 3)$.
- 6 Factoriser $Q(x)$.
- 7 Déduire une factorisation de $P(x)$ en produit de facteurs premiers .
- 8 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$.
- 9 Dresser le tableau de signe de $P(x)$.
- 10 Déduire les solutions de l'inéquation $P(x) > 0$.

Exercice 2

- 1 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$E_1 : 2x^2 + x - 10 = 0 \quad ; \quad E_2 : 9x^2 - 12x + 4 = 0 \quad ; \quad E_3 : 3x^2 - x + 1 = 0 \quad ;$$

$$E_4 : x^4 - 7x^2 + 12 = 0 \quad ; \quad E_5 : x - 8\sqrt{x} + 15 = 0.$$

- 2 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$I_1 : 2x^2 + 3x - 2 > 7 \quad ; \quad I_2 : \frac{x+3}{2x^2+3x+5} < 0 \quad ; \quad \frac{2x^2-x-1}{x^2+4x+3} \geq 2$$

- 3 On considère le polynôme $P(x) = -2x^3 - 4x^2 + 11x - 6$.

- a Montrer que -2 est une racine du polynôme $P(x)$.
- b Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) = (x + 2)Q(x)$.
- c Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation : $P(x) \leq 0$.

d Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $-2x\sqrt{x} - 4x + 11\sqrt{x} - 6 = 0$

Exercice 3

1 Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivants :

$$(S_1) : \begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 5x - 2y = 7 \end{cases} ; \quad (S_2) : \begin{cases} 2x - 6y = 5 \\ 3x - 9y = 1 \end{cases} ; \quad (S_3) : \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 6x - 4y = 14 \end{cases}$$

2 a Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système : $(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 5y = 7 \end{cases}$.

b Déduire la résolution des systèmes :

$$(S') : \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 4 \\ 5x + 3y = 7xy \end{cases} ; \quad (S'') : \begin{cases} 2x + 3|y - 2| = 4 \\ 3x + 5|y - 2| = 7 \end{cases}$$

3 On considère les droites (D) et (D') d'équations cartésiennes respectives $(D) : 2x - 5y - 1 = 0$ et $(D') : 3x - 4y - 5 = 0$.

a Montrer que les droites (D) et (D') sont sécantes.

b Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (D) et (D').