

## DEVOIR SURVEILLE n°3

### Exercice 1

On considère  $P(x)$  et  $Q(x)$  les deux polynômes tels que :

$$P(x) = x^3 - 7x - 6 \quad \text{et} \quad Q(x) = x^2 - x - 6$$

- 1 Déterminer l'expression du polynôme  $(P + Q)(x)$  et donner son degré  $d^\circ(P + Q)$
- 2 Déterminer l'expression du polynôme  $(P \times Q)(x)$  et donner son degré  $d^\circ(P \times Q)$
- 3 Vérifier que  $-1$  est une racine du polynôme  $P(x)$ . Que peut-on déduire sur  $P(x)$ ?
- 4 Démontrer, en utilisant la division euclidienne, que  $P(x) = (x + 1)Q(x)$
- 5 Montrer que  $Q(x)$  est divisible par  $(x - 3)$ .
- 6 Factoriser  $Q(x)$ .
- 7 Dédire une factorisation de  $P(x)$  en produit de facteurs premiers .
- 8 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$ .
- 9 Dresser le tableau de signe de  $P(x)$ .
- 10 Dédire les solutions de l'inéquation  $P(x) > 0$ .

### Exercice 2

- 1 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :  
 $E_1 : 2x^2 + x - 10 = 0$  ;  $E_2 : 9x^2 - 12x + 4 = 0$  ;  $E_3 : 3x^2 - x + 1 = 0$  ;  
 $E_4 : x^4 - 7x^2 + 12 = 0$  ;  $E_5 : x - 8\sqrt{x} + 15 = 0$ .
- 2 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :  
 $I_1 : 2x^2 + 3x - 2 > 7$  ;  $I_2 : \frac{x+3}{2x^2+3x+5} < 0$  ;  $\frac{2x^2-x-1}{x^2+4x+3} \geq 2$
- 3 On considère le polynôme  $P(x) = -2x^3 - 4x^2 + 11x - 6$ .
  - a Montrer que  $-2$  est une racine du polynôme  $P(x)$ .
  - b Déterminer le polynôme  $Q(x)$  tel que :  $P(x) = (x + 2)Q(x)$ .
  - c Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation :  $P(x) \leq 0$ .

d Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $-2x\sqrt{x} - 4x + 11\sqrt{x} - 6 = 0$

### Exercice 3

1 Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes suivants :

$$(S_1) : \begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 5x - 2y = 7 \end{cases} ; \quad (S_2) : \begin{cases} 2x - 6y = 5 \\ 3x - 9y = 1 \end{cases} ; \quad (S_3) : \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 6x - 4y = 14 \end{cases}$$

2 a Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système :  $(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 5y = 7 \end{cases}$ .

b Dédurre la résolution des systèmes :

$$(S') : \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 4 \\ 5x + 3y = 7xy \end{cases} ; \quad (S'') : \begin{cases} 2x + 3|y - 2| = 4 \\ 3x + 5|y - 2| = 7 \end{cases}$$

3 On considère les droites (D) et (D') d'équations cartésiennes respectives  $(D) : 2x - 5y - 1 = 0$  et  $(D') : 3x - 4y - 5 = 0$ .

a Montrer que les droites (D) et (D') sont sécantes.

b Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (D) et (D').