DEVOIR SURVEILLÉ N°1

Exercice 1

Les parties 1 , 2 et 3 sont indépendantes.

1. Soit n un entier naturel. Parmi les nombres suivants, déterminer ceux qui sont pairs et ceux qui sont impairs :

$$A = 4n + 17 \quad ;; \quad B = 10n - 18 \quad ;; \quad C = n^2 + 3n$$

2. On pose $D = 2 \times 3^2 \times 7^3$.
   a. Déterminer le nombre des diviseurs de D.
   b. Déterminer tous les diviseurs de D.
   c. Déterminer le plus petit entier naturel k pour que le produit $k \times D$ soit un carré parfait.
3. Soient m et n deux entiers naturels impairs.
Montrer que le nombre $m^2 + n^2 - 2$ est un multiple de 8.

Exercice 2

On considère les nombres $a = 945$, $b = 7920$ et $c = 572$.

1. Décomposer chacun des nombres a , b et c en produit de facteurs premiers.
2. Déterminer $a \wedge b$, $a \vee b$ et $a \wedge c$.
(On rappelle que $a \wedge b = PGCD(a,b)$ et $a \vee b = PPCM(a,b)$.)
3. Que peut-on dire sur les nombres a et c ?.

Exercice 3

1. Déterminer tous les diviseurs de 21.
2. Déterminer tous les couples (x,y) d'entiers naturels tels que : $(x+2)(y+3) = 21$.

Exercice 4

On considère un parallélogramme $ABCD$ de centre O et I , J deux points tels que : $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$.

1. a. Construire une figure convenable.
   b. Montrer que $\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{OJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
   c. En déduire que les points O ; I ; J sont alignés.
2. Soit E le point tel que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.
   a. Montrer que le point I est le milieu du segment $[AE]$.
   b. Montrer que les droites (IJ) et (CE) sont parallèles.