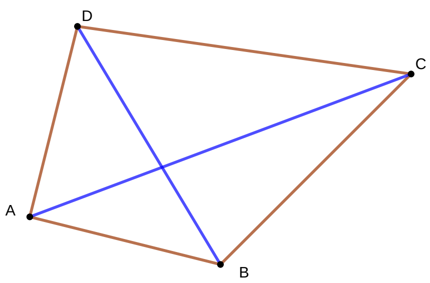
QUADRILATÈRES PARTICULIERS

TABLES DES MATIÈRES

I - DÉFINITION D'UN QUADRILATÈRE

Définition et vocabulaire

- Un quadrilatère $ABCD$ est un polygone qui a quatre côtés et quatre sommets.
- Les segments $[AB]$; $[BC]$; $[CD]$ et $[DA]$ sont ses côtés .
- Les points A, B, C et D sont ses sommets.
- Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont ses diagonales et leur point d'intersection est le centre du quadrilatère $ABCD$.
- Un quadrilatère est dit **non croisé ou convexe** lorsque ses diagonales se coupent en un point à son intérieur.



II - QUADRILATÈRES PARTICULIERS

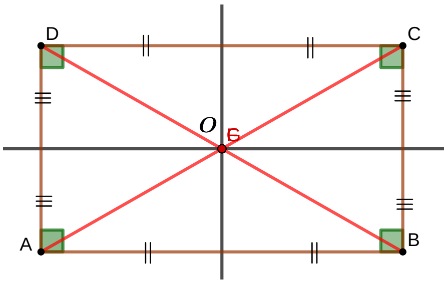
II - 1 - Le rectangle

Définition

Un rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit.
Autrement dit : Si $ABCD$ est un parallélogramme tel que $\widehat{ABC} = 90°$, alors $ABCD$ est un rectangle.

Propriétés 1

★ Les quatre angles d'un rectangle sont droits.
Autrement dit : Si $ABCD$ est un rectangle, alors $\widehat{A} = 90°$; $\widehat{B} = 90°$; $\widehat{C} = 90°$; $\widehat{D} = 90°$
★ Tout rectangle est un parallélogramme. Donc le rectangle possède toutes les propriétés du parallélogramme.
★ Les médiatrices des côtés d'un rectangle sont des axes de symétrie de ce rectangle.
★ Le point d'intersection des diagonales d'un rectangle est un centre de symétrie de ce rectangle.



Propriétés 2

★ Dans un rectangle, les diagonales ont la même longueur .
Autrement dit : Si $ABCD$ est un rectangle , alors $AC = BD$.
★ Si dans un parallélogramme, les diagonales ont la même longueur, alors c'est un rectangle.
Autrement dit : Si $ABCD$ est un parallélogramme tel que $AC = BD$, alors $ABCD$ est un rectangle

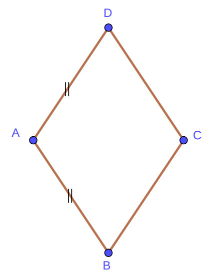
Propriétés 3

★ Si un quadrilatère a **trois angles droits au moins** , alors c'est un rectangle .
★ Si un quadrilatère a **des diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu**, alors c'est un rectangle.
★ Si un parallélogramme a **des diagonales de même longueur**, alors c'est un rectangle.

II - 2 - Le losange

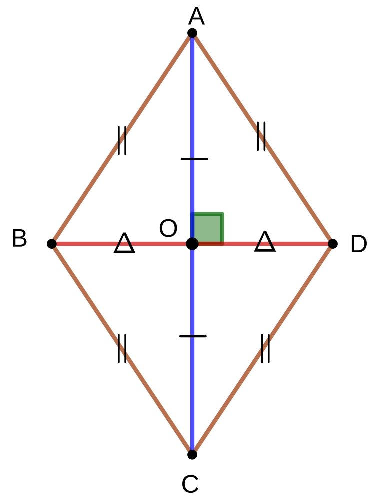
Définition

Un losange est un parallélogramme qui a deux côtés adjacents isométriques.
Autrement dit : Si $ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB = AD$, alors $ABCD$ est un losange.



Propriétés 1

★ Dans un **losange** , les quatre côtés sont isométriques .
Autrement dit : Si $ABCD$ est un losange , alors $AB = BC = CD = DA$.
★ Dans un **losange** , les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu .
Autrement dit : Si $ABCD$ est un losange , alors $(AC) \perp (BD)$.
★ Les deux diagonales d'un **losange** sont ses axes de symétrie .
Autrement dit : Si $ABCD$ est un losange , alors les droites (AC) et (BD) sont ses axes de symétrie.
★ Le point d'intersection des deux diagonales d'un **losange** est son centre de symétrie .



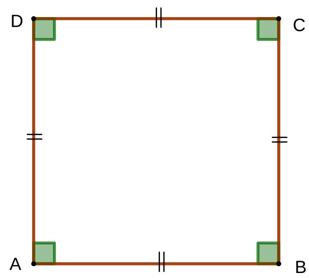
Propriétés 2

★ Si un quadrilatère a **quatre côtés de même longueur** , alors c'est un losange .
★ Si un quadrilatère a **des diagonales perpendiculaires qui se coupent en leur milieu**, alors c'est un losange .
★ Si un parallélogramme a **des diagonales perpendiculaires**, alors c'est un losange .

II - 3 - Le carré

Définition

Un **carré** est un quadrilatère qui possède quatre côtés de même longueur (isométriques) et quatre angles droits (de mesure90°).
Autrement dit : Si $ABCD$ est un quadrilatère tel que $AB = BC = CD = AD$ et $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D}$, alors c'est un carré.



Remarque :

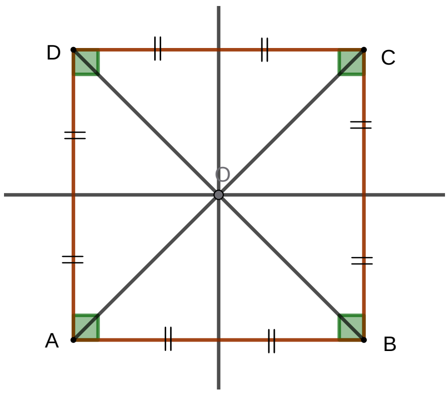
♦ Un carré est un parallélogramme car ses deux côtés opposés sont de même longueur deux à deux.
♦ Un carré est un rectangle qui a deux côtés adjacents de même longueur.
♦ Un carré est un losange qui a un angle droit.
♦ Un carré est à la fois un rectangle et un losange.

Exemples :

Construire le carré $ABCD$ dans chacun des cas suivants :
* tel que $AB = 3cm$
* tel que $AC = 4cm$

Propriétés 1

★ Dans un **carré** , les diagonales et les médiatrices des côtés sont des axes de symétrie .
★ Dans un **carré** , les diagonales sont de même longueur , ont le même milieu et sont perpendiculaires.
Autrement dit : Si $ABCD$ est un carré, alors :
* $(AC) \perp (BD)$.
* Le point O d'intersection des diagonales est leur milieu.
* $AC = BD$



Propriétés 2

★ Si un quadrilatère a **au moins trois angles droits** et **deux côtés consécutifs de même longueur** , alors c'est un carré .
★ Si un quadrilatère a **au moins trois angles droits** et **des diagonales perpendiculaires** , alors c'est un carré .
★ Si un quadrilatère a **des diagonales de même longueur qui se coupent en leur milieu** et **deux côtés consécutifs de même longueur** , alors c'est un carré .
★ Si un quadrilatère a **des diagonales perpendiculaires de même longueur et qui se coupent en leur milieu** , alors c'est un carré .

III - EXERCICES D'APPLICATION