

الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية		الجمهورية I. KHAKI SCVOLO  وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة ⵜⴰⴳⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵏⵓⵔⵉⵜ ⴰ ⵎⴰⵔⵓⵎ ⵏ ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ المركز الوطني لامتحانات المدرسية وتقييم التعليمات	
1			11	11
NS 24F		الموضوع		
4س	مدة الإنجاز	الرياضيات		المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)		الشعبة والمسلك


CONSIGNES :


- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte quatre exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse(10 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte à l'arithmétique et aux probabilités...(3 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé


L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé


EXERCICE1 : (10 points)**Partie I:**

0.25 pt	1- a) Montrer que: $\forall x \in \mathbb{R} , 1 + x \leq e^x$	
---------	--	---

0.25 pt	1- b) En déduire que : $\forall x \in [0, +\infty[, \frac{x^2}{2} + 1 + x \leq e^x$	
---------	--	---


2- Pour tout $x \in [0, +\infty[,$ on pose $I(x) = \int_0^x te^{-t} dt$


0.25 pt	2- a) Montrer que : $\forall x \in [0, +\infty[, I(x) \leq \frac{x^2}{2}$	
---------	--	---

0.5 pt	2- b) Montrer que : $\forall x \in [0, +\infty[, I(x) = -xe^{-x} - e^{-x} + 1$	
--------	---	---

3- Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{e^x - x - 1}{x^2}$$

0.5 pt	3-a) En utilisant les résultats des questions 1- b) et 2- b) de la partie I, montrer que : $\forall x \in]0, +\infty[, \frac{1}{2} \leq g(x) \leq \frac{e^x}{2}$	
--------	--	---

0.25 pt	3- b) En déduire que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \frac{1}{2}$	
---------	--	---


الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026	NS 24F
11 / 3	المسالك الدولية	
μ	مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	


Partie II :


Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $[0, +\infty [$ par :


$$\forall x \in]0, +\infty [; f(x) = \frac{x}{e^x - e^{-x}} \text{ et } f(0) = \frac{1}{2}$$


Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

0.5 pt	1- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.	
--------	--	---


0.25 pt	2- Montrer que f est continue à droite en 0	
---------	---	---







0.25 pt	3- a) Montrer que: $\forall x \in]0, +\infty [, \frac{f(x) - f(0)}{x} = -e^{-x} f(x) \left(\frac{e^{2x} - 2xe^x - 1}{2x^2} \right)$	
---------	--	---

0.25 pt	3- b) Montrer que: $\forall x \in]0, +\infty [, \frac{e^{2x} - 2xe^x - 1}{2x^2} = 2g(2x) - \frac{e^x - 1}{x}$	
---------	---	---

0.25 pt	3- c) En déduire que f est dérivable à droite en 0 et que $f'_d(0) = 0$	
---------	---	---


4- Pour tout $x \in [0, +\infty [,$ on pose $J(x) = \int_0^x te^t dt$


0.5 pt	4- a) Montrer que pour tout $x \in [0, +\infty [, 0 \leq I(x) \leq J(x)$	
--------	--	---


0.25 pt	4- b) Montrer que pour tout $x \in [0, +\infty [$, $J(x) = (x - 1)e^x + 1$	
0.5 pt	4- c) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty [$, on a : $f'(x) = \frac{I(x) - J(x)}{(e^x - e^{-x})^2}$	
0.25 pt	4- d) En déduire le sens de variation de la fonction f sur $[0, +\infty [$	
0.25 pt	5- Montrer que la fonction f réalise une bijection de $[0, +\infty [$ vers un intervalle à déterminer. On note f^{-1} la bijection réciproque de la fonction f	
0.5 pt	6- a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α à déterminer dans $[0, +\infty [$	
0.5 pt	6-b) Représenter graphiquement la courbe (C) et la courbe (C') de la fonction f^{-1} dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (On prendra $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 2 \text{ cm}$). (On admet que le point $P(x_0, f(x_0))$ est un point d'inflexion pour la courbe (C) avec $x_0 \simeq 1,6$ et $f(x_0) \simeq 0,3$)	


الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	NS 24F
11/5 μ		

7- On considère la suite numérique $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par : $u_0 = 0$ et $(\forall n \in \mathbb{N}), u_{n+1} = f(u_n)$

0.25 pt	7-a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}), 0 \leq u_n \leq \frac{1}{2}$	
---------	--	---


0.5 pt	7-b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}), u_{n+1} - \alpha \leq \frac{1}{2} u_n - \alpha $ (On admet que $\forall x \in]0, +\infty[, -\frac{1}{2} < f'(x) < 0$)	
--------	--	---


0.5 pt	7- c) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}), u_n - \alpha \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$	
--------	--	---

0.25 pt	7- d) En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers α	
---------	---	---





Partie III :

On considère la fonction F définie sur $[0, +\infty[$ par : $F(x) = \int_x^{2x} f(t) dt$.

0.5 pt	1- a) Montrer que : $\forall x \in [0, +\infty[; 0 \leq F(x) \leq x f(x)$	
--------	--	---

0.25 pt	1- b) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$	
---------	--	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	NS 24F
11 / 6 μ		

0.25 pt	1-c) Interpréter graphiquement le résultat obtenu.	
0.25 pt	2- a) Montrer que F est dérivable sur $[0, +\infty [$	
0.5 pt	2- b) Montrer que : $\forall x \in [0, +\infty [, F'(x) = \frac{-f(x)}{e^{2x} + 1} (e^{2x} - 4e^x + 1)$	
0.5 pt	2- c) Montrer que $F(\ln(2 + \sqrt{3}))$ est un extremum de la fonction F sur $[0, +\infty [$	



EXERCICE2 : (3.5 points)

Soit le nombre complexe $m = \sqrt{2}e^{i\theta}$ où $\theta \in \mathbb{R} - \{k\pi/k \in \mathbb{Z}\}$

Partie I :

On considère dans l'ensemble des nombres complexes \mathbb{C} l'équation (E_m) d'inconnue z


$$(E_m) : \bar{m}z^2 - 2z + m = 0$$


0.25 pt	1- Étant donné que le nombre complexe $z_1 = \frac{m(1-i)}{2}$ est une solution de l'équation (E_m) , déduire que sa deuxième solution est : $z_2 = \frac{m(1+i)}{2}$	
0.25 pt	2- Écrire z_1 sous forme exponentielle.	


الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية	NS 24F
11 / 7 μ	مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	


Partie II:

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B, M, M_1 et M_2 d'affixes respectives $a = 1, b = -1, m, z_1$ et z_2
Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

0.25 pt	1- Montrer que : $R(M_1) = M_2$	
---------	---------------------------------	---


0.5 pt	2-a) Montrer que $(MM_1) \perp (OM_1)$ et $(MM_2) \perp (OM_2)$	
--------	---	---


0.25 pt	2-b) Vérifier que : $OM_1 = OM_2 = 1$	
---------	---------------------------------------	---

0.25 pt	2- c) Déterminer la nature du quadrilatère OM_1MM_2	
---------	---	---


3- Soit H le point d'affixe $h = \frac{-i}{\sqrt{2} \sin(\theta)} e^{i(2\theta)}$


Pour tout nombre complexe z , on désigne par $\text{Re}(z)$ la partie réelle de z


0.5 pt	3-a) Montrer que $\text{Re}(m - h) = 0$ et que $\text{Re}(1 - h\bar{m}) = 0$	
--------	--	---

0.25 pt	3- b) Montrer que : $\text{Re}\left(\frac{a - h}{m + 1}\right) = 0$	
---------	---	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	NS 24F
11 / 8 μ		

0.5 pt	3- c) En déduire que $(MH) \perp (AB)$ et que $(AH) \perp (MB)$	
--------	---	---


0.25 pt	4-a) Montrer que : $\frac{h - z_1}{z_2 - z_1} = \frac{1}{2}(1 - \cotan(\theta))$	
---------	--	---


0.25 pt	4-b) En déduire que les points H, M_1 et M_2 sont alignés.	
---------	--	---


EXERCICE3 : (3 points)

Partie I :

A. On considère dans \mathbb{Z}^2 l'équation suivante (F) : $5u - 9v = 1$

0.25 pt	1- Donner une solution particulière (u_0, v_0) dans \mathbb{N}^2 de (F)	
---------	---	---


0.25 pt	2- Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation (F)	
---------	--	---


0.25 pt	3- Vérifier que : $5^{u_0} \equiv 6 [19]$	
---------	---	---


الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026	NS 24F
11 / 9 μ	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	


B. On considère dans \mathbb{Z} l'équation suivante $(E) : x^{2026} \equiv 5 [19]$


1- Soit x une solution de l'équation (E)

0.5 pt	1- a) Montrer que x et 19 sont premiers entre eux et que $x^{18} \equiv 1 [19]$	
--------	---	---

0.25 pt	1- b) Montrer que : $x^{10} \equiv 5 [19]$	
---------	--	---

0.25 pt	1- c) En déduire que : $x^2 \equiv 6 [19]$ (On pourra utiliser les résultats de la partie A)	
---------	---	---

0.25 pt	1- d) Montrer que $x \equiv 5 [19]$ ou $x \equiv -5 [19]$	
---------	---	---


0.5 pt	2- Montrer que si $x \equiv 5 [19]$ ou $x \equiv -5 [19]$ alors x est solution de l'équation (E)	
--------	--	---

Partie II :


On considère une urne contenant 100 boules numérotées de 1 à 100 indiscernables au toucher.

On tire une boule au hasard de cette urne.

On considère l'événement V : « Le numéro de la boule tirée est solution de l'équation (E) »

0.25 pt	1- Montrer que la probabilité de l'événement V est $p = 0,11$	
---------	---	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	NS 24F
11 / 10 μ		


0.25 pt	<p>2- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On effectue n tirages successifs avec remise de la boule dans l'urne.</p> <p>Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité de "réalisation de l'événement V au moins une fois", soit strictement supérieure à 0,95</p>	
---------	--	---

EXERCICE4 : (3.5 points)


On rappelle que $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau unitaire et non commutatif de zéro la matrice


$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et d'unité la matrice } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

On considère l'ensemble : $E = \left\{ M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x^2 & 1-x & x \\ x^2+2x & -x & x+1 \end{pmatrix} / x \in \mathbb{R} \right\}$

0.5 pt	1- Montrer que $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) \times M(y) = M(x+y)$	
--------	--	---


2- On considère l'application φ définie de \mathbb{R} vers $M_3(\mathbb{R})$ par : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; \varphi(x) = M(x)$

0.5 pt	2- a) Montrer que φ est un homomorphisme de $(\mathbb{R}, +)$ vers $(M_3(\mathbb{R}), \times)$ et que $\varphi(\mathbb{R}) = E$	
--------	---	---


0.25 pt	2- b) En déduire que (E, \times) est un groupe commutatif.	
---------	--	---

3- On munit E de la loi de composition interne T définie par :


$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) T M(y) = M(2xy).$$


0.75 pt	3- a) Montrer que $(E - \{I\}, T)$ est un groupe commutatif.	
---------	--	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	NS 24F
11 / 11 μ		

0.5 pt	3- b) Montrer que (E, \times, T) est un corps commutatif.	
--------	---	---

4- Soit $x \in \mathbb{R}$. On pose : $(M(x))^n = \underbrace{M(x) \times \dots \times M(x)}_{n \text{ fois}}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

0.5 pt	4- a) Montrer que: $(\forall n \in \mathbb{N}^*) , (M(x))^n = M(nx)$	
--------	--	---

0.5 pt	4- b) Résoudre dans E l'équation : $X^3 - X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.	
--------	--	--

FIN