

الصفحة		المملكة المغربية ROYAUME DU MAROC  وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة ROYAUME DU MAROC Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique المركز الوطني للامتحانات المدرسية وتقييم التعليمات	
1			
10			
RS 24F		الموضوع	
4س	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة والمسلك

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse(7.5 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte à l'analyse(2.5 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte aux nombres complexes(3.5 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte à l'arithmétique et aux probabilités...(3 pts)
- L'EXERCICE5 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

EXERCICE1 : (7.5 points)**Partie I :**

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par : $g(t) = \ln(t) - (t - 1)$

Soit $x \in]0, +\infty[- \{1\}$

On considère la fonction h de la variable réelle t définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$h(t) = \frac{g(x)}{(x-1)^2} (t-1)^2 - g(t)$$

0.5 pt	1- Montrer que la fonction h est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que : $\forall t \in]0, +\infty[; h'(t) = \left(\frac{2g(x)}{(x-1)^2} + \frac{1}{t} \right) (t-1)$	
0.5 pt	2- En appliquant le théorème de Rolle à la fonction h , montrer qu'il existe un réel θ compris entre x et 1 tel que : $\frac{g(x)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{2\theta}$	
0.5 pt	3- Montrer que : $\frac{x+1- x-1 }{2} < \theta < \frac{x+1+ x-1 }{2}$	
0.25 pt	4- En déduire que : $\frac{-1}{x+1- x-1 } < \frac{g(x)}{(x-1)^2} < \frac{-1}{ x-1 +x+1}$	

Partie II :

Soient f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$f(1) = 1 \quad \text{et} \quad \forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[; \quad f(x) = \left(\frac{\ln(x)}{x-1} \right)^2$$

et (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 3	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

1 pt	1- a) Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.	
0.25 pt	1- b) Montrer que f est continue au point 1	
0.25 pt	2- a) Montrer que : $\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty [$; $\frac{f(x) - 1}{x - 1} = \left(1 + \frac{\ln(x)}{x - 1}\right) \left(\frac{g(x)}{(x - 1)^2}\right)$	
0.25 pt	2- b) En déduire que la fonction f est dérivable en 1	
0.25 pt	2- c) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1	
0.75 pt	3-a) Montrer que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty [$, et que : $\forall x \in]0, +\infty [- \{1\} ; f'(x) = \frac{2 \ln(x)}{x - 1} \cdot \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x - 1)^2}$	
0.25 pt	3- b) Montrer que : $\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty [$; $\frac{\ln(x)}{x - 1} > 0$	

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 4	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

0.5 pt	3- c) Montrer que la fonction g est négative sur l'intervalle $]0, +\infty[$ puis en déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $]0, +\infty[$	
0.25 pt	4- Montrer que le réel 1 est la seule solution de l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$	
0.75 pt	5- Représenter la tangente (T) et la courbe (C) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$	
0.25 pt	6- a) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que l'équation $f(x) = n$ admet une solution unique x_n sur l'intervalle $]0, 1]$	
0.5 pt	6- b) Montrer que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 0$	
0.5 pt	6- c) Vérifier que : $\forall n \in \mathbb{N}^* ; \sqrt{n} = \frac{\ln(x_n)}{x_n - 1}$ puis en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n \sqrt{n}$	

EXERCICE 2 : (2.5 points)

Soit φ une fonction dérivable sur l'intervalle $[0, 1]$ telle que sa dérivée φ' est continue sur cet intervalle.

0.5 pt	1- Montrer que pour tout entier naturel non nul n , on a : $\int_0^1 x^n \varphi(x) dx = \frac{\varphi(1)}{n+1} + \int_0^1 x^n (\varphi(x) - \varphi(1)) dx$	
--------	---	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 5	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

0.5 pt	2- Montrer que : $\exists M \in \mathbb{R}^+ \forall x \in [0, 1] ; \varphi'(x) \leq M$	
--------	---	---

0.5 pt	3- Montrer que : $\forall x \in [0, 1] ; \varphi(x) - \varphi(1) \leq M(1 - x)$	
--------	---	---

0.5 pt	4- En déduire que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \int_0^1 x^n \varphi(x) dx = \varphi(1)$	
--------	--	---

5- On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies respectivement, pour tout entier naturel n , par : $u_n = \int_0^1 \frac{nt^n}{1+2t} dt$ et $v_n = 2^{n+1}n \int_0^{\frac{1}{2}} x^n \text{Arctan}(2x) dx$

0.5 pt	En utilisant le résultat de la question 4., calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	
--------	---	---

EXERCICE3 : (3.5 points)

Soit $m \in \mathbb{C}^* - \{1, -i\}$

Partie I :

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation suivante d'inconnue z

$$(E_m) : z^3 - (1 + (1 + i)m)z^2 + ((1 + i)m + im^2)z - im^2 = 0$$

0.25 pt	1- Montrer que les nombres complexes 1 et m sont des solutions de l'équation (E_m)	
---------	--	---

0.25 pt	2- En déduire l'ensemble de solutions de l'équation (E_m)	
---------	---	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 6	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

Partie II :

On suppose que : $m \in \mathbb{C} - \{-i, i, -1, 1\}$ et $|m| = 1$

A.

0.5 pt	1- Montrer que: $\overline{\left(\frac{m+i}{1+im}\right)} - \left(\frac{m+i}{1+im}\right) = 0 \text{ et } \left(\frac{\overline{m}+1}{\overline{m}-1}\right) + \left(\frac{m+1}{m-1}\right) = 0$ (Remarquer que : $m\overline{m} = 1$)	
--------	--	---

0.25 pt	2- Montrer que : $(1+i)\left(\frac{m-1}{m+i}\right)$ est un imaginaire pur.	
---------	---	---

B. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C, E et F d'affixes respectives $a = m, b = 1, c = im, e = \frac{1}{2}(1+i)(m-i)$ et

$$f = \frac{1}{2}(1+i)(1+m)$$

0.5 pt	1- a) Montrer que : $\frac{e-c}{e-b} = -i \cdot \left(\frac{m+1}{m-1}\right)$	
--------	---	---

0.25 pt	1- b) En déduire que $E \in (BC)$	
---------	-----------------------------------	---

0.5 pt	2- a) Montrer que : $\frac{e-a}{c-b} = \frac{1}{2}(1+i) \cdot \left(\frac{m-1}{m+i}\right)$	
--------	---	---

0.25 pt	2- b) En déduire que $(AE) \perp (BC)$	
---------	--	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026 - المسالك الدولية	RS 24F
10 / 7	مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

0.25 pt	3- a) Montrer que : $\frac{f-c}{f-a} = -i \cdot \left(\frac{m+i}{1+im} \right)$	
---------	--	---

0.5 pt	3- b) En déduire que les points A, E, C et F sont cocycliques.	
--------	--	---

EXERCICE4 : (3 points)

Partie I :

On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $(E) : 5x - 6y = 2$

0.25 pt	1- Montrer que l'ensemble des solutions de l'équation (E) est $\{(4 + 6k, 3 + 5k) / k \in \mathbb{Z}\}$	
---------	---	--

2- Soit (x, y) une solution de l'équation (E) et d le plus grand diviseur commun des nombres x et y

0.25 pt	2- a) Quelles sont les valeurs possibles de d ?	
---------	---	---

0.25 pt	2- b) Déterminer les couples (x, y) pour lesquels $d = 1$	
---------	---	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 8	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

Partie II :

1- Soient $n \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^* - \{1\}$ et $p \in \mathbb{N}$

On considère l'écriture de n dans le système de numération de base b :

$$n = \sum_{i=0}^p a_i b^i \text{ avec } \forall i \in \{0, \dots, p\} \quad (a_i \in \mathbb{N}, 0 \leq a_i < b) \text{ et } a_p \neq 0$$

On pose : $S_b(n) = \sum_{i=0}^p a_i$

(la somme des chiffres représentant n dans le système de numération de base b)

0.5 pt	Montrer que : $S_b(n) \equiv n \pmod{b-1}$	
--------	--	---

2- Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que le couple $(S_5(n), S_6(n))$ est une solution de l'équation (E) avec $S_5(n)$ et $S_6(n)$ premiers entre eux

0.25 pt	2- a) Montrer que $\begin{cases} n \equiv 0 \pmod{4} \\ n \equiv 3 \pmod{5} \end{cases}$	
---------	--	---

0.25 pt	2- b) En déduire que $n \equiv 8 \pmod{20}$	
---------	---	---

0.5 pt	3- a) Calculer $S_5(28)$ et $S_6(28)$	
--------	---------------------------------------	---

0.25 pt	3- b) Le couple $(S_5(28), S_6(28))$ est-il une solution de l'équation (E) ? Justifier votre réponse	
---------	--	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 9	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

Partie III :

On considère une urne contenant **25** boules numérotées de **1 à 25** et indiscernables au toucher. On tire successivement et avec remise deux boules de cette urne et on note le couple (x, y) obtenu où x est le numéro de la première boule tirée et y est le numéro de la deuxième boule tirée.

Soit V l'événement : « le couple (x, y) obtenu est une solution de l'équation (E) »

0.25 pt	1- Montrer que la probabilité de l'événement V est : $p = 64.10^{-4}$	
---------	---	---

2- On répète cette expérience **10 fois** successives en remettant les boules tirées dans l'urne après chaque tirage.

0.25 pt	Calculer la probabilité de la réalisation de l'événement V exactement deux fois. (<u>Le développement des calculs n'est pas demandé</u>)	
---------	---	--

EXERCICES : (3.5 points)

On rappelle que $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau unitaire non commutatif de zéro la matrice

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et d'unité la matrice } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Soit $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

Pour tout réel x , on pose $M(x) = \begin{pmatrix} a^x & a^x - 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a^x \end{pmatrix}$

On considère l'ensemble : $E = \{M(x) / x \in \mathbb{R}\}$

0.5 pt	1- Montrer que E est stable dans $(M_3(\mathbb{R}), \times)$	
--------	--	---

2- Soit φ l'application définie de $\mathbb{R}$ vers $M_3(\mathbb{R})$ par : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; \varphi(x) = M(x)$

0.5 pt	2- a) Montrer que φ est un isomorphisme de $(\mathbb{R}, +)$ vers $(E, \times)$	
--------	---	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 10	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

0.25 pt	2- b) En déduire que $(E, \times)$ est un groupe commutatif.	
---------	--	---

3- On prend dans cette question $a = 5$ et on pose :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{25} & -\frac{24}{25} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{25} \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 25 & 24 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$$

0.5 pt	3- a) Vérifier que $A \in E$ et $B \in E$	
--------	---	---

0.75 pt	3- b) Résoudre dans E l'équation : $A^5 \times X^6 = B^{2026}$	
---------	--	---

4- On munit E de la loi de composition interne T définie par :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) T M(y) = M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}xy\right)$$

0.5 pt	4- a) Montrer que $(E - \{I\}, T)$ est un groupe commutatif.	
--------	--	---

0.5 pt	4- b) Montrer que $(E, \times, T)$ est un corps commutatif.	
--------	---	---

FIN