

Une seule bonne réponse par question. Bonne réponse : points indiqués. Mauvaise réponse ou absence de réponse : 0. Reportez vos réponses sur la fiche de réponse fournie. **Traitez obligatoirement les questions 1 à 5 avant d'aborder les suivantes.**

Q 1 (1 pt)

La linéarisation de $\sin^3 x$ est :

- (a) $\frac{3 \sin x + \sin 3x}{4}$ (b) $\frac{3 \sin x - \sin 3x}{4}$ (c) $\frac{3 \cos x - \cos 3x}{4}$ (d) $\frac{\sin 3x - 3 \sin x}{4}$

Q 2 (1 pt)

Soit $a > 0$. L'équation $\ln(x) + \ln(a-x) = b$ admet des solutions dans $]0, a[$ ssi :

- (a) $b \leq 2 \ln a - \ln 4$ (b) $b < \ln a$ (c) $b \leq \ln(a-1)$ (d) Pour tout b

Q 3 (2 pts)

Soit $f(x) = e^{-1/x^2}$ pour $x \neq 0$ et $f(0) = 0$. Le théorème des accroissements finis s'applique-t-il à f sur $[0, 1]$?

- (a) Non, f non continue en 0 (b) Non, f non dérivable en 0 (c) Oui (d) Non, f' non bornée près de 0

Q 4 (1 pt)

Le nombre de racines du polynôme $P(z) = z^4 + 4$ dans $\mathbb{C}$ ayant une partie réelle strictement positive est :

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 4

Q 5 (1 pt)

Le nombre de solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 + |z| = 0$ est :

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

Q 6 (2 pts)

Soit $g(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2+t^4}$. Le nombre de solutions de l'équation $g(x) = g(-x)$ est :

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) une infinité

Q 7 (2 pts)

Soit $f(x) = (\sin x)^3$. La valeur de $f^{(11)}(0)$ est :

- (a) 0 (b) $\frac{3^{11}-3}{4}$ (c) $\frac{3^{11}}{4}$ (d) $\frac{3^{11}+3}{4}$

Q 8 (2 pts)

Soit $f : [1, +\infty[\rightarrow [-5, +\infty[$ définie par $f(x) = x^3 - 3x - 3$. La fonction f est bijective ; soit a tel que $f(a) = 0$ et f^{-1} la réciproque de f . La valeur de $(f^{-1})'(0)$ est :

- (a) $3(a^2+1)$ (b) $\frac{1}{3(a^2-1)}$ (c) $\frac{1}{a^2+1}$ (d) $\frac{1}{3(a^2+1)}$

Q 9 (2 pts)

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. On définit la suite (u_n) par $u_0 = \alpha$ et $u_{n+1} = u_n^2 - u_n + 1$. La suite (u_n) converge si et seulement si :

- (a) $\alpha = 1$ (b) $\alpha \in \{0, 1\}$ (c) $\alpha \in [0, 1]$ (d) $\alpha \in [-1, 1]$

Q 10 (2 pts)

Soit p un nombre premier tel que $p \geq 7$. Parmi les propriétés suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (I) $p^2 \equiv 1 \pmod{24}$ (II) $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$ (III) $\sum_{k=1}^{p-1} k^{p-1} \equiv -1 \pmod{p}$

- (a) I seule (b) I et II (c) I, II et III (d) II et III

Q 11 (2 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2|x|$. Alors :

- (a) f dérivable sur $\mathbb{R}^*$ mais pas en 0 (b) f dérivable mais f' n'admet pas de dérivée continue (c) f deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ (d) f non dérivable

Q 12 (2 pts)

On dit que f vérifie la propriété (E) si, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x+1) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - (f'(x))^2}$. Toute fonction continue vérifiant (E) est :

- (a) constante (b) périodique (c) monotone (d) non bornée