



Série 1

Produit scalaire dans le plan



Exercice 1

- 1/ Soit $ABCD$ un rectangle tel que : $AB = 5$ et $AD = 3$.
Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$; $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$; $\vec{DC} \cdot \vec{DB}$; $\vec{AB} \cdot \vec{DC}$.
- 2/ Soit IKJ un triangle équilatéral de côté 4.
Calculer $\vec{IJ} \cdot \vec{IK}$.



Exercice 2

Soient A , B et C trois points du plan tels que $AB = 5$, $AC = 4$ et $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 10$ et I est le milieu du segment $[AB]$.

- 1/ Vérifier que $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ puis faire une figure convenable.
- 2/ Soient D et E les points du plan tels que $\vec{AD} = -\frac{7}{5} \vec{AB}$ et $\vec{AE} = \frac{2}{3} \vec{AC}$.
- a) Calculer les produits scalaires : $\vec{AD} \cdot \vec{AB}$; $\vec{AC} \cdot \vec{AE}$; $\vec{AD} \cdot \vec{AE}$.
- b) En déduire $\vec{CD} \cdot \vec{BE}$.
- c) Que représente la droite (CD) pour le triangle BED .



Exercice 3

Soit MNP un triangle isocèle en M tel que $MN = 7$ et $NP = 10$ et soit Q le symétrique de M par rapport à la droite (NP) .

- 1/ Montrer que $MQ = 4\sqrt{6}$.
- 2/ Calculer les produits scalaires suivants : $\vec{MN} \cdot \vec{MQ}$; $\vec{MN} \cdot \vec{MP}$; $\vec{NP} \cdot \vec{MQ}$.



Exercice 4

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$, $AC = 3$ et $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{5}{6}$.

- 1/ Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- 2/ Calculer la distance BC .
- 3/ Soit I , J les milieux respectifs de $[AC]$ et $[AB]$.
Montrer que $\vec{BI} \cdot \vec{CJ} = \frac{5}{4} \vec{AB} \cdot \vec{AC} - \frac{1}{2} (AB^2 + AC^2)$.

4/ En déduire que : $(BI) \perp (CJ)$.

Exercice 5

Soit ABC un triangle tel que : $AB = \sqrt{7}$, $AC = 2$ et $BC = 3$.

1/ Calculer $\cos(\widehat{BAC})$ puis Montrer que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1$.

2/ Soit M le point du plan tel que $\vec{AM} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{1}{6} \vec{AC}$.

a) Calculer $\vec{AM} \cdot \vec{AC}$.

b) Montrer que les droites (MB) et (AC) sont perpendiculaires.

Exercice 6

On considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = \sqrt{7}$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{5}$ et $\|2\vec{u} - 3\vec{v}\| = \sqrt{37}$.

1/ Montrer que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$.

2/ Montrer que $\|3\vec{u} + 2\vec{v}\| = \sqrt{119}$.

3/ On pose $\vec{U} = 4\vec{u} - 5\vec{v}$ et $\vec{V} = \vec{u} + \vec{v}$.

a) Montrer que les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont orthogonaux.

b) Calculer $\|\vec{U}\|$.

Exercice 7

ABC est un triangle tel que $AB = 1$, $AC = \sqrt{2}$ et $CB = 2$, et soit D un point du plan tel que $\vec{DB} + 2\vec{DC} = \vec{0}$.

1/ Montrer que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -\frac{1}{2}$ et en déduire $\cos(\widehat{BAC})$.

2/ Ecrire $\vec{AD}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.

3/ Calculer $\vec{AD} \cdot \vec{AB}$ et en déduire la nature du triangle ABD .

4/ Calculer AD .

5/ Soit I le milieu de $[BC]$ et J le milieu de $[AC]$.
Calculer AI et BJ .

Exercice 8

ABC est un triangle équilatéral tel que $AB = x$.

1/ Calculer en fonction de x le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

2/ Soient E et F deux points du plan tels que $\vec{AD} = \frac{3}{4} \vec{AB}$ et $\vec{AE} = \frac{3}{2} \vec{AC}$.

a) Calculer en fonction de x , $\vec{AD} \cdot \vec{AE}$ et DE .

b) Montrer que $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} - AD^2$.

c) En déduire que le triangle ADE est rectangle en D .

3/ I est le point d'intersection des droites (DE) et (BC) .

a) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI}$ en fonction de BI et de x .

b) Montrer que pour tout point M de la droite (DE) on a : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}x^2$.

c) Calculer BI en fonction de x .



Exercice 9

En utilisant la formule de Héron :

1/ Calculer l'aire d'un triangle équilatéral de côté $6cm$.

2/ Calculer l'aire d'un triangle dont les côtés ont pour mesures : $5cm$, $6cm$ et $7cm$.

3/ Lequel de ces deux triangles a la plus grande aire?