



T C S

Série 1

Géométrie dans l'espace

S. EL JAAFARI



Exercice 1

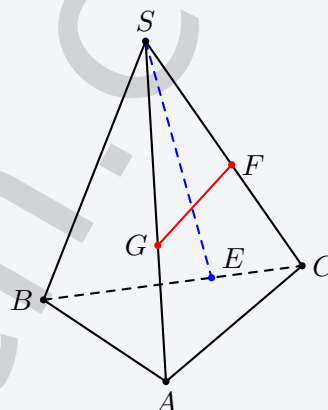
Soient $SBCA$ un tétraèdre.

E un point de $[BC]$ différent de B et C .

F un point de $[SC]$ différent de S et C .

G un point de $[SA]$ différent de S et A .

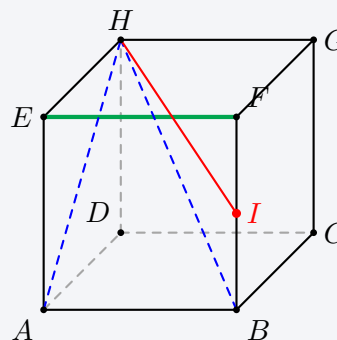
Les droites (SE) et (FG) sont-elles sécantes ?



Exercice 2

Soit $ABCDEFGH$ un cube.

1. Montrer que la droite (EF) est parallèle au plan (ABH) .
2. Soit I le milieu du segment $[BF]$.
Montrer que la droite (HI) et le plan (ABC) sont sécants.



Exercice 3

Soit $AIJK$ un tétraèdre dont la base est un triangle équilatéral IJK et les triangles SIK et SJK sont rectangles en S .

Soit M et N les milieux respectifs des segments $[IK]$ et $[JK]$.

- 1/ Étudier la position relative des plans (SIJ) et (SMN) .
- 2/ Montrer que les droites (SK) et (IJ) sont orthogonales.
- 3/ Montrer que $(IJ) \perp (SJK)$.

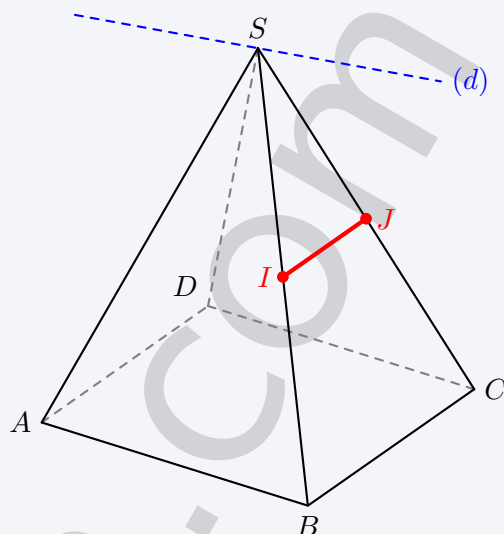


Exercice 4

Soit $SABCD$ une pyramide à base carrée $ABCD$.

- I est le milieu du segment $[SB]$.
- J est le milieu du segment $[SC]$.

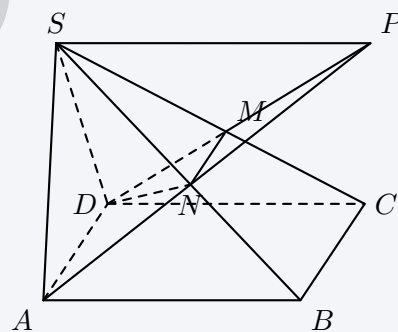
1. Démontrer que $(IJ) \parallel (ABC)$.
2. Intersection de (SAD) et (SBC) .



Exercice 5

$SABCD$ est une pyramide de sommet S ; la base $ABCD$ est un parallélogramme. M est un point de l'arête $[SC]$ et N de l'arête $[SB]$; de plus (MN) est parallèle à (BC) .

1. Démontrer que les droites (AD) et (MN) sont parallèles.
2. Dans le plan $(ADMN)$, les droites (AN) et (DM) se coupent en un point noté P .
 - (a) Démontrer que le point P appartient à chacun des plans (SAB) et (SDC) .
 - (b) Pourquoi la droite d'intersection des plans (SAB) et (SDC) est-elle la droite (SP) ?
 - (c) En déduire que (SP) est parallèle à (AB) et à (CD) .

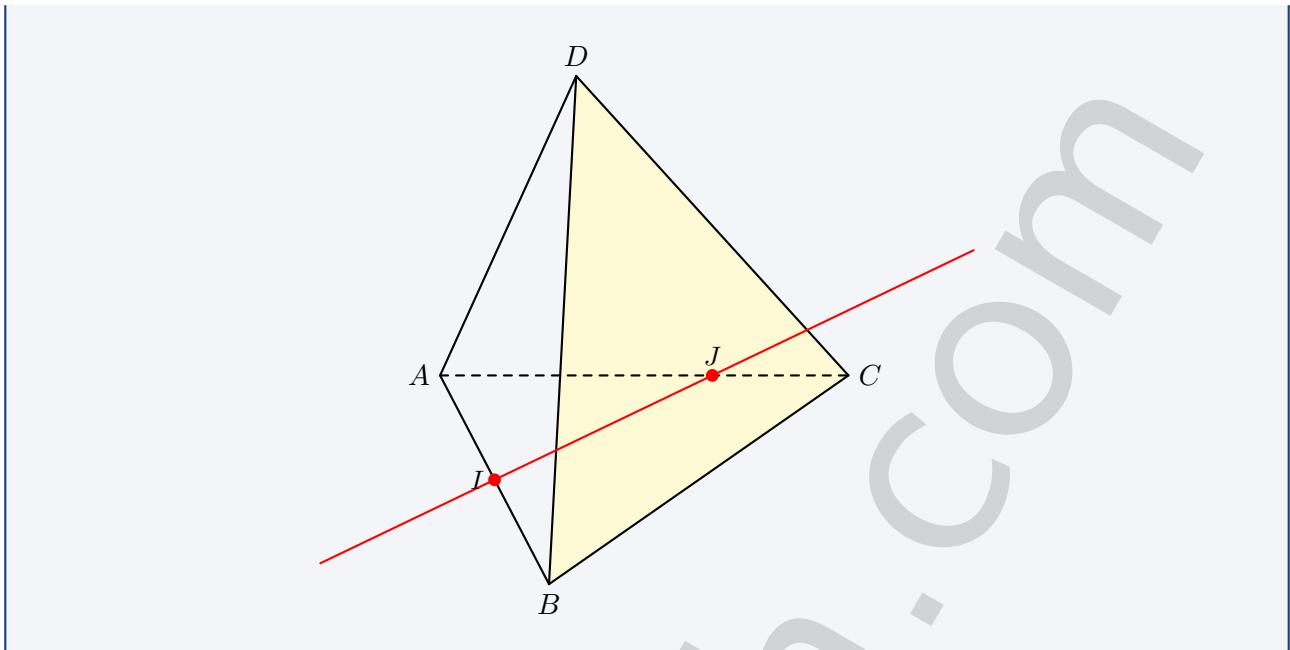


Exercice 6

Soit $ABCD$ un tétraèdre.

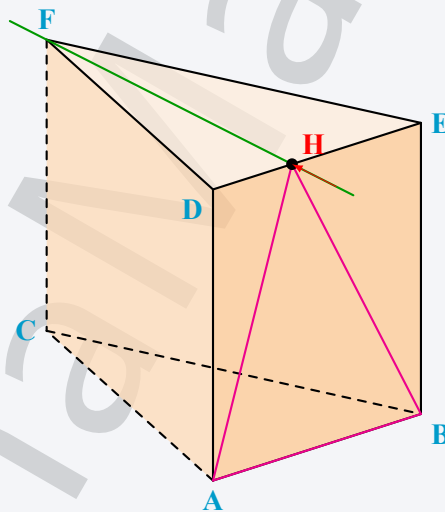
Soient I le milieu de $[AB]$ et J un point de $[AC]$ tel que : $AJ = \frac{2}{3}AC$.

1. Vérifier que les droites (IJ) et (BC) ne sont pas parallèles.
2. Montrer que la droite (IJ) n'est pas contenue dans le plan (BCD) .
3. Montrer que la droite (IJ) est sécante au plan (BCD) et construire le point d'intersection.



Exercice 7

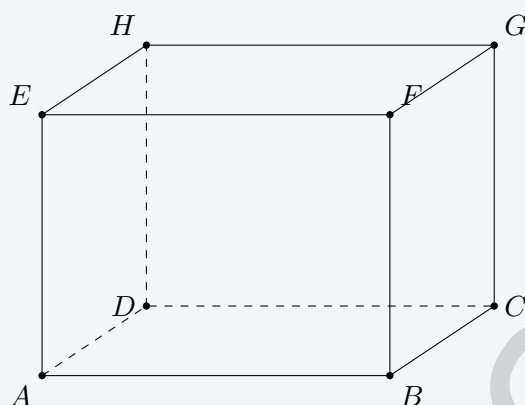
$ABCDEF$ est un prisme droit, ses faces $ABED$, $ADFC$ et $BEFC$ étant des rectangles. On considère le point H , pied de la hauteur issue de F dans le triangle DEF .



- 1/
 - a) Démontrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (DEF) .
 - b) En déduire que (FH) est perpendiculaire au plan (ABE) .
- 2/ Démontrer que les triangles FHA et FHB sont rectangles.



Exercice 8



ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que :

$$AB = 8 \text{ cm}, \quad BC = 5 \text{ cm}, \quad AE = 4 \text{ cm}$$

(la figure ci-dessus).

1/ Citer :

- a) deux arêtes parallèles à l'arête $[AB]$;
- b) deux arêtes perpendiculaires à l'arête $[AE]$;
- c) deux faces parallèles entre elles.

2/ Le triangle ABC est rectangle en B .

Calculer la longueur de la diagonale $[AC]$ de la face $ABCD$ (arrondir au centième).

3/ Le triangle ACG est rectangle en C (on admettra que la droite (CG) est perpendiculaire au plan (ABC)).

- a) Calculer CG .
- b) En déduire la longueur de la grande diagonale $[AG]$ du parallélépipède.

4/ Calculer l'aire totale des six faces du parallélépipède.

5/ Calculer le volume du parallélépipède.

6/ On sait que (AE) est perpendiculaire à (AB) et que (AE) est perpendiculaire à (AD) . En utilisant le critère de perpendicularité entre une droite et un plan, démontrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan (ABC) .

7/ Soit M un point de l'arête $[AE]$ tel que $AM = 1,5 \text{ cm}$. Le plan passant par M et parallèle à la face $ABCD$ coupe le solide selon un quadrilatère $MNPQ$.

- a) Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifier.
- b) Donner ses dimensions.