



Partie A : Énoncés des exercices



Exercice 1

- 1/ Construire un rectangle $ABCD$ tel que la longueur $AB = 6$ cm et la largeur $BC = 3,5$ cm.
- 2/ Construire un losange $EFGH$ tel que ses diagonales mesurent $EG = 5$ cm et $FH = 3$ cm.
- 3/ Construire un carré $IJKL$ tel que sa diagonale $IK = 5$ cm.



Exercice 2

- 1/ Construire un rectangle $ABCD$ de centre O tel que $AC = 5$ cm et $\widehat{AOB} = 110^\circ$.
- 2/ Construire un carré $MNPQ$ de centre I tel que $MI = 4,5$ cm.
- 3/ Construire un losange $EFGH$ de centre J tel que $EI = 3$ cm.



Exercice 3

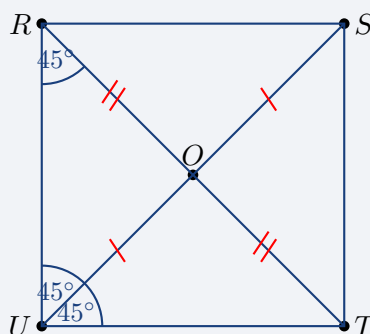
$ABCD$ est un losange. Le point E est le symétrique de B par rapport à C .

- 1/ Construire une figure convenable.
- 2/ Montrer que le quadrilatère $ACED$ est un parallélogramme.
- 3/ F est le symétrique de D par rapport à C .
Montrer que le quadrilatère $EDBF$ est un rectangle.



Exercice 4

On considère le quadrilatère $RSTU$ ci-dessous, on dispose de tous les renseignements codés sur la figure.





- 1/ Démontre dans un premier temps que le quadrilatère $RSTU$ est un parallélogramme.
- 2/
 - a) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ROU}$ en justifiant ta réponse.
 - b) Quelle est alors la nature de $RSTU$? Explique ta réponse.
- 3/
 - a) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{RUT}$.
 - b) Si quelqu'un affirme que $RSTU$ est finalement un carré. Qu'en penses-tu?

**Exercice 5**

Soit $ABCD$ un rectangle de centre O tel que $AB = 6$ cm et $BC = 4$ cm.

- 1/ Dessiner la figure en vraie grandeur.
- 2/ Quelle est la longueur du segment $[CD]$? Justifier la réponse.
- 3/ Sachant que la diagonale $[AC]$ mesure 7,2 cm, déterminer la longueur du segment $[OB]$. Justifier la réponse.

**Exercice 6**

Soit $EFGH$ un parallélogramme de centre I tel que $EF = 5$ cm et $FG = 5$ cm.

- 1/ Construire la figure.
- 2/ Démontrer que le quadrilatère $EFGH$ est un losange.
- 3/ Que peut-on en déduire pour les droites (EG) et (FH) ? Justifier en citant la propriété correspondante.

**Exercice 7**

Soit ABC un triangle rectangle en A . On note M le milieu du segment $[BC]$. Soit D le symétrique du point A par rapport au point M .

- 1/ Construire la figure en vraie grandeur.
- 2/ Démontrer que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.
- 3/ En déduire la nature exacte du quadrilatère $ABDC$. Justifier précisément.

**Exercice 8**

Soit $ABCD$ un carré de centre O . Sur la diagonale $[AC]$, on place deux points E et F tels que $AE = CF$.

- 1/ Faire une figure soignée.
- 2/ Démontrer que le point O est le milieu du segment $[EF]$.
- 3/ En déduire que le quadrilatère $EBFD$ est un losange.

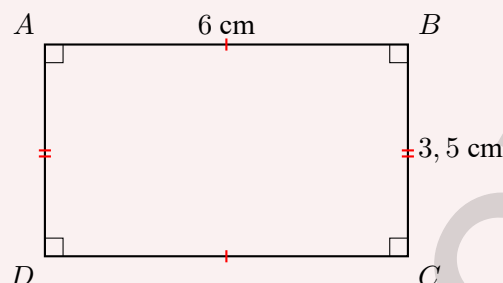
Partie B : Correction des exercices



✓ Solution Exercice 1

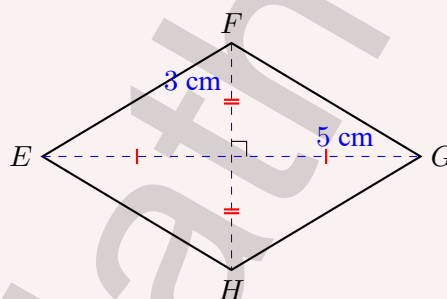
1/ **Construction du rectangle $ABCD$ ($AB = 6$ cm, $BC = 3,5$ cm) :**

Méthode : On trace un segment $[AB]$ de 6 cm. À l'aide de l'équerre, on trace les perpendiculaires à (AB) passant par A et B , puis on reporte la largeur de 3,5 cm pour placer C et D .



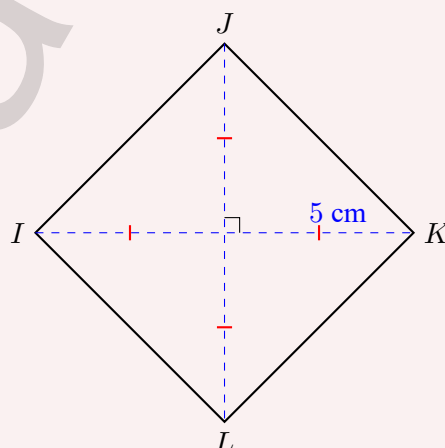
2/ **Construction du losange $EFGH$ ($EG = 5$ cm, $FH = 3$ cm) :**

Méthode : On trace d'abord les deux diagonales $[EG]$ et $[FH]$. Elles doivent être perpendiculaires et se couper en leur milieu M (soit $ME = MG = 2,5$ cm et $MF = MH = 1,5$ cm). On relie ensuite les quatre sommets.



3/ **Construction du carré $IJKL$ (diagonale $IK = 5$ cm) :**

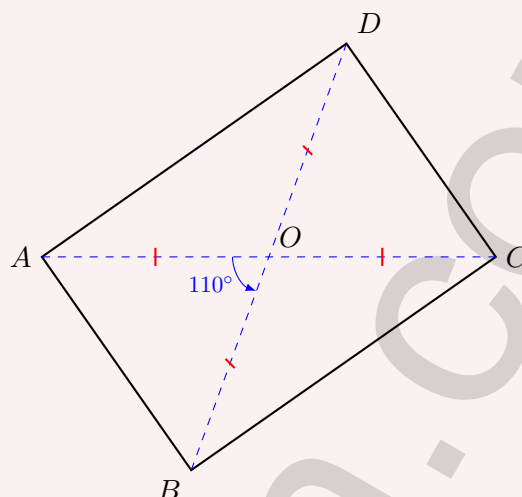
Méthode : Dans un carré, les diagonales ont la même longueur, sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. On trace donc deux segments perpendiculaires $[IK]$ et $[JL]$ de 5 cm chacun se coupant en leur milieu exact (2,5 cm).



 Solution Exercice 2

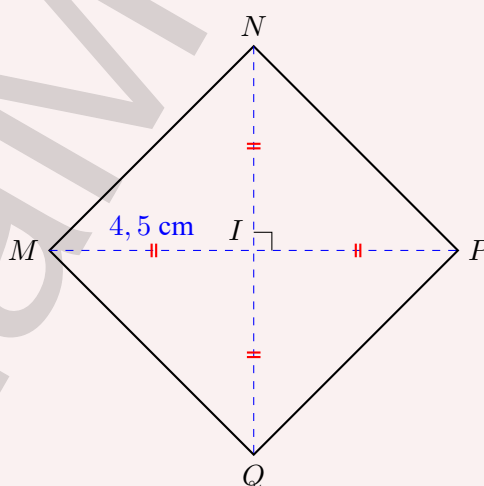

1/ Rectangle $ABCD$ de centre O ($AC = 5$ cm et $\widehat{AOB} = 110^\circ$) :

- *Propriété* : Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur et se coupent en leur milieu O . Donc $OA = OB = OC = OD = 5 \div 2 = 2,5$ cm.
- *Méthode* : On trace un segment $[AC]$ de 5 cm et on place son milieu O . À l'aide du rapporteur, on construit un angle $\widehat{AOB} = 110^\circ$. On trace la droite portant la deuxième diagonale et on reporte $OB = 2,5$ cm et $OD = 2,5$ cm. On relie les points.



2/ Carré $MNPQ$ de centre I ($MI = 4,5$ cm) :

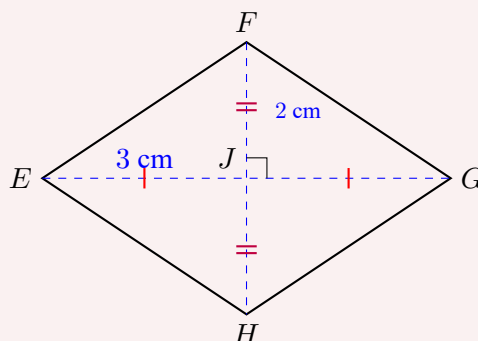
- *Propriété* : Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, ont la même longueur et se coupent en leur milieu I . Donc $MI = NI = PI = QI = 4,5$ cm.
- *Méthode* : On trace deux droites perpendiculaires se coupant en I . À l'aide du compas réglé sur 4,5 cm, on trace un cercle de centre I qui va couper ces deux droites aux quatre sommets M, N, P, Q .



3/ Losange $EFGH$ de centre J ($EJ = 3$ cm) :

- *Remarque* : L'énoncé ne donne qu'une seule demi-diagonale ($EJ = 3$ cm, donc $EG = 6$ cm). Pour réaliser la figure, l'élève doit obligatoirement choisir lui-même une longueur pour la deuxième demi-diagonale (par exemple, on choisit ici $JF = JH = 2$ cm).

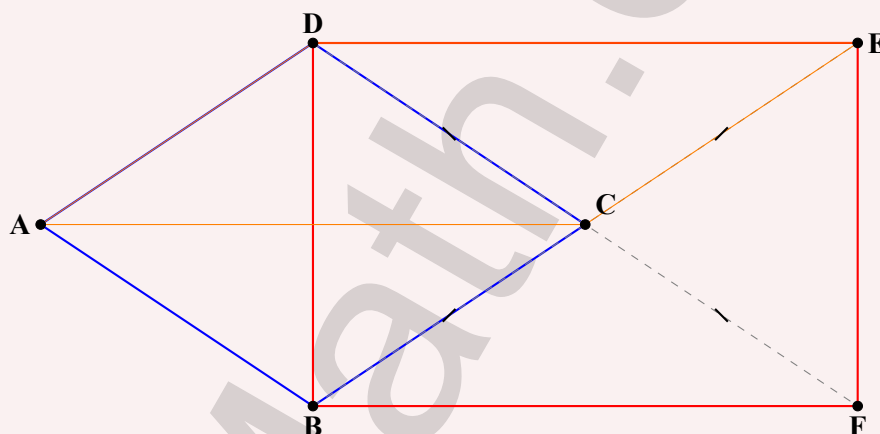
- *Méthode* : On trace deux droites perpendiculaires se coupant en J . Sur l'une, on place E et G à 3 cm de J . Sur l'autre, on place F et H à la longueur choisie (ici 2 cm). On relie les sommets.



✓ Solution Exercice 3

$ABCD$ est un losange et E le symétrique de B par rapport à C .

1/ Construire une figure convenable



2/ Montrons que $ACED$ est un parallélogramme

On sait que $ABCD$ est un losange. Par les propriétés du losange, ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur. On a donc :

$$(AD) \parallel (BC) \quad \text{et} \quad AD = BC \quad (1)$$

De plus, le point E est le symétrique de B par rapport à C , ce qui signifie que C est le milieu du segment $[BE]$. Par conséquent, les points B, C et E sont alignés, ce qui implique que la droite (BC) est la même que la droite (CE) , et on a :

$$(BC) \parallel (CE) \quad \text{et} \quad BC = CE \quad (2)$$

Par transitivité et alignement :

- Puisque $(AD) \parallel (BC)$ et que E appartient à la droite (BC) , on a $(AD) \parallel (CE)$.
- Puisque $AD = BC$ et $BC = CE$, on a $AD = CE$.

Un quadrilatère non croisé ($ACED$) qui possède deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

Conclusion : $ACED$ est un parallélogramme.



3/ Montrons que $EDBF$ est un rectangle

Étape 1 : Montrons d'abord que $EDBF$ est un parallélogramme.

- Le point E est le symétrique de B par rapport à C , donc C est le milieu de la diagonale $[BE]$.
- Le point F est le symétrique de D par rapport à C , donc C est le milieu de la diagonale $[DF]$.

Le quadrilatère $EDBF$ possède des diagonales $[BE]$ et $[DF]$ qui se coupent en leur milieu commun C . C'est donc un parallélogramme.

Étape 2 : Montrons que ses diagonales ont la même longueur. Puisque $ABCD$ est un losange, tous ses côtés ont la même longueur, ainsi :

$$BC = CD \quad (3)$$

Exprimons la longueur des diagonales de $EDBF$:

- $BE = 2 \times BC$ (car C est le milieu de $[BE]$)
- $DF = 2 \times CD$ (car C est le milieu de $[DF]$)

Comme $BC = CD$, on en déduit immédiatement que :

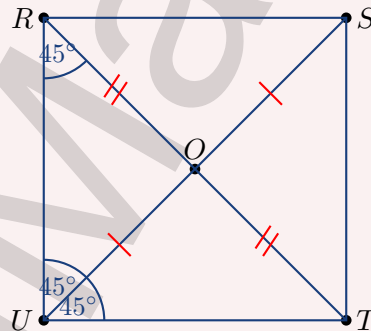
$$BE = DF \quad (4)$$

Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.

Conclusion : Le quadrilatère $EDBF$ est un rectangle.

✓ Solution Exercice 4

On considère le quadrilatère $RSTU$ ci-dessous, on dispose de tous les renseignements codés sur la figure.



1/ Démontrons que le quadrilatère $RSTU$ est un parallélogramme :

D'après le codage de la figure, les segments $[US]$ et $[RT]$ représentent les diagonales du quadrilatère $RSTU$. Ils se coupent en un point O .

De plus, le double trait rouge indique que :

$$OR = OT \quad \text{et} \quad OU = OS$$

Cela signifie que le point O est le milieu commun de la diagonale $[RT]$ et de la diagonale $[US]$.

Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Conclusion : $RSTU$ est un parallélogramme.

2/ a) Calculons la mesure de l'angle $\widehat{ROU}$:



Considérons le triangle ROU . D'après les données textuelles et les annotations de l'angle codées sur la figure, nous connaissons deux de ses angles :

$$\widehat{ORU} = 45^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{RUO} = 45^\circ$$

La somme des angles dans un triangle est toujours égale à 180° . Dans le triangle ROU , on a :

$$\widehat{ROU} + \widehat{ORU} + \widehat{RUO} = 180^\circ$$

$$\widehat{ROU} + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{ROU} + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{ROU} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Conclusion : L'angle $\widehat{ROU}$ mesure 90° (il s'agit d'un angle droit).

b) Déduisons-en la nature de $RSTU$:

Nous venons de démontrer à la question précédente que l'angle $\widehat{ROU} = 90^\circ$. Les droites (RT) et (US) sont donc perpendiculaires en O .

Or, la question 1/ a établi que $RSTU$ est un parallélogramme et que ses diagonales sont $[RT]$ et $[US]$.

Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange.

Conclusion : $RSTU$ est un losange.

3/ a) Calculons la mesure de l'angle $\widehat{RUT}$:

Le point O appartenant au segment de la diagonale $[US]$, la demi-droite $[UO)$ est confondue avec la demi-droite $[US)$. Les angles $\widehat{RUX}$ adjacents forment l'angle global de ce sommet. On observe graphiquement et par codage que :

$$\widehat{RUT} = \widehat{RUO} + \widehat{OUT}$$

D'après les données de l'énoncé :

$$\widehat{RUO} = 45^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{OUT} = 45^\circ$$

En remplaçant par les valeurs numériques :

$$\widehat{RUT} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

Conclusion : L'angle $\widehat{RUT}$ mesure 90° .

b) Analyse de l'affirmation selon laquelle $RSTU$ est un carré :

D'après la question 2/b), nous savons déjà que le quadrilatère $RSTU$ est un **losange**.

De plus, nous venons de prouver à la question 3/a) que l'un de ses angles intérieurs, l'angle $\widehat{RUT}$, est un angle droit (90°).

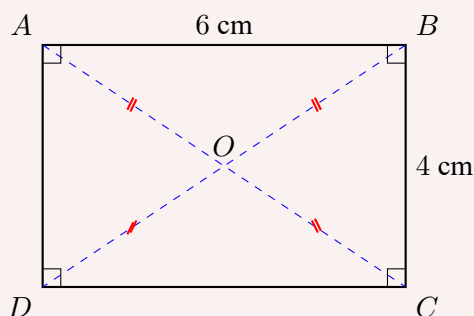
Par propriété, un losange qui possède un angle droit est un carré. L'affirmation est donc parfaitement exacte et vraie.

Conclusion : $RSTU$ est bel et bien un carré.

 Solution Exercice 5

Soit $ABCD$ un rectangle de centre O tel que $AB = 6$ cm et $BC = 4$ cm.

1/ Dessiner la figure en vraie grandeur.



2/ Calculons la longueur du segment $[CD]$:

- **On sait que :** $ABCD$ est un rectangle.
- **Or :** Dans un rectangle (et tout parallélogramme), les côtés opposés ont la même longueur.
- **Donc :** $CD = AB = 6$ cm.

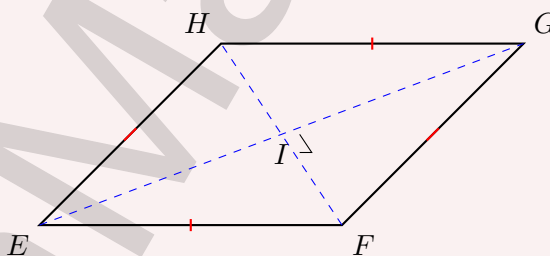
3/ Déterminons la longueur du segment $[OB]$:

- **On sait que :** $ABCD$ est un rectangle de centre O , et sa diagonale $AC = 7,2$ cm.
- **Or :** Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur et se coupent en leur milieu.
- **Donc :** $BD = AC = 7,2$ cm et le centre O est le milieu du segment $[BD]$.
- **Par conséquent :** $OB = \frac{BD}{2} = \frac{7,2}{2} = 3,6$ cm.

✓ Solution Exercice 6

Soit $EFGH$ un parallélogramme de centre I tel que $EF = 5$ cm et $FG = 5$ cm.

1/ Construire une figure.



2/ Démontrons que le quadrilatère $EFGH$ est un losange :

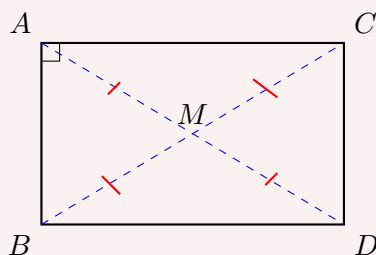
- **On sait que :** $EFGH$ est un parallélogramme et que $EF = FG = 5$ cm. Les côtés $[EF]$ et $[FG]$ sont deux côtés consécutifs.
- **Or :** Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.
- **Donc :** $EFGH$ est un losange.

3/ Dédution pour les droites (EG) et (FH) :

- **On sait que :** $EFGH$ est un losange de diagonales $[EG]$ et $[FH]$.
- **Or :** Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.
- **Donc :** Les droites (EG) et (FH) sont perpendiculaires, ce qui se note : $(EG) \perp (FH)$.

Solution Exercise 7

1/ Construisons une figure convenable :



2/ Démontrons que $ABDC$ est un parallélogramme :

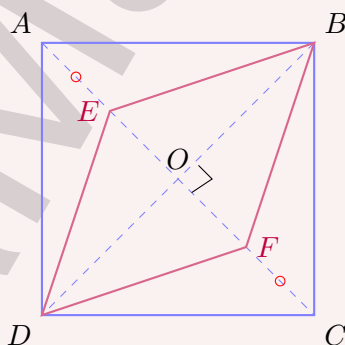
- **On sait que :** M est le milieu de $[BC]$. De plus, D est le symétrique de A par rapport à M , ce qui signifie que M est aussi le milieu de $[AD]$.
- **Or :** Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
- **Donc :** $ABDC$ est un parallélogramme.

3/ Déterminons la nature exacte de $ABDC$:

- **On sait que :** $ABDC$ est un parallélogramme et que le triangle ABC est rectangle en A (donc l'angle $\widehat{BAC} = 90^\circ$).
- **Or :** Si un parallélogramme possède un angle droit, alors c'est un rectangle.
- **Donc :** $ABDC$ est un rectangle.

Solution exercice 8

1/ Construisons une figure convenable :



2/ Démontrons que O est le milieu du segment $[EF]$:

- **On sait que :** $ABCD$ est un carré de centre O , donc O est le milieu de la diagonale $[AC]$, ce qui donne $OA = OC$. On sait aussi que $AE = CF$.
- **Calculons :** $OE = OA - AE$ et $OF = OC - CF$. Comme $OA = OC$ et $AE = CF$, on en déduit immédiatement que $OE = OF$.
- **Donc :** Le point O est le milieu du segment $[EF]$.

3/ Démontrons que le quadrilatère $EBFD$ est un losange :

- 
- **On sait que :** Dans le quadrilatère $EBFD$, les diagonales sont $[EF]$ et $[BD]$. O est le milieu de $[EF]$ (d'après la question précédente) et O est le milieu de $[BD]$ (car c'est le centre du carré $ABCD$). Ses diagonales se coupent donc en leur milieu, ce qui en fait un parallélogramme.
 - **De plus :** Les droites (EF) et (BD) sont portées par les diagonales du carré $ABCD$. Or, les diagonales d'un carré sont perpendiculaires. Donc $(EF) \perp (BD)$.
 - **Or :** Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.
 - **Donc :** $EBFD$ est un **losange**.

Les mathématiques sont la porte et la clé des sciences. (ROGER BACON)