



Série 1

Calcul littéral et Identités remarquables

3 APIC



S. EL JAAFARI



Énoncés des exercices



Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (2x + 3)^2$$

$$B = (3x - 5)^2$$

$$C = (\sqrt{7} - 2)^2$$

$$D = (-x - 2)^2$$

$$E = (2\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$$

$$F = (2x - 3)(2x + 3)$$

$$G = (3x + \sqrt{5})(3x - \sqrt{5})$$

$$H = (\sqrt{2}x - \sqrt{7})(\sqrt{2}x + \sqrt{7})$$

$$I = (3\sqrt{10} + 4\sqrt{11})(3\sqrt{10} - 4\sqrt{11})$$

$$J = (\sqrt{7} - 11)(2\sqrt{7} + 22)$$

$$K = (2x - 3)^2 - (5 + x)^2$$

$$L = (3x - \sqrt{2})(3x + \sqrt{2}) - (3 - 2x)^2$$

$$M = (-3x - 2)^2 - (2x + 5)^2 + (x - 7)(x + 7)$$

$$N = (8x - 7)(8x + 7) + (x + 4)(-5x + 5)$$

$$P = (2 - 3x)(2 + 3x) + 2(x - 2)^2$$



Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes :

$$Q = 2x(3 - x) + 3x(2x + 5)$$

$$R = 2(x + 2) - x(x + 2)$$

$$S = (x - 3)(2x + 3) - (x - 3)(1 - x)$$

$$T = (2x + 5)(3x - 1) + (2x + 5)(x - 3)$$

$$U = (2x - 10)(3x + 1) - (3x - 15)(2 - 4x)$$

$$V = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x - 5)$$

$$W = (3x + 5)^2 - (2 - x)^2$$

$$X = x^2 - 4 + (x + 2)(3 - 2x)$$

$$Y = 16x^2 - 9 - (4x - 3)x$$

$$Z = (2x - 1)^2 - 16x^2 + 4$$



Exercice 3

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = x^2 + 8x + 16$$

$$B = 4x^2 - 9$$

$$C = 16y^2 - 96y + 144$$

$$D = 36x^2 - 121$$

$$E = 49a^2 + 42a + 9$$

$$F = 81x^2 - 100$$

$$G = 25b^2 - 10b + 1$$

$$H = 9x^2 - 169$$

$$I = 144x^2 - 49$$

**Exercice 4**

Soit $A = (x - 3)(2x + 3) + 4x^2 - 9$

- 1/ Développer et réduire A
- 2/ Factoriser A
- 3/ Calculer la valeur de A pour $x = 3$ et $x = -1$
- 4/ Résoudre l'équation $A = 0$

**Exercice 5**

Soit $B = (2x - 5)(x - 9) + 4x^2 - 25 - (2x - 5)^2$

- 1/ Développer et réduire B
- 2/ Factoriser B
- 3/ Calculer La valeur de B pour $x = -2$
- 4/ Résoudre l'équation $B = 0$

**Exercice 6**

On considère l'expression :

$$E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2).$$

- 1/ Développer et réduire E .
- 2/ Comment peut-on déduire, sans calculatrice, le résultat de $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$?

**Exercice 7**

Déterminer la forme factorisée de chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 16x^2 + 8x + 1$	$h(x) = 49x^2 - 11$	$v(x) = 4x^2 - 24x + 36$	$m(x) = 81x^2 - 25$
$g(x) = 36x^2 - 96x + 64$	$u(x) = 9x^2 + 30x + 25$	$w(x) = 7x^2 - 3$	$n(x) = 2x^2 + 6\sqrt{2}x + 9$

Corrigés des exercices

**Solution Exercice 1**

Première colonne : Identités remarquables $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$

- $A = (2x + 3)^2$
 $A = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
 $A = 4x^2 + 12x + 9$
- $B = (3x - 5)^2$



$$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

$$B = 9x^2 - 30x + 25$$

- $C = (\sqrt{7} - 2)^2$
 $C = (\sqrt{7})^2 - 2 \times \sqrt{7} \times 2 + 2^2$
 $C = 7 - 4\sqrt{7} + 4$
 $C = 11 - 4\sqrt{7}$

- $D = (-x - 2)^2$
 $D = [-(x + 2)]^2 = (x + 2)^2$
 $D = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2$
 $D = x^2 + 4x + 4$

- $E = (2\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$
 $E = (2\sqrt{3})^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$
 $E = (4 \times 3) + 4\sqrt{15} + 5$
 $E = 12 + 4\sqrt{15} + 5$
 $E = 17 + 4\sqrt{15}$

Deuxième colonne : Produit remarquable $(a - b)(a + b)$ et distributivité

- $F = (2x - 3)(2x + 3)$
 $F = (2x)^2 - 3^2$
 $F = 4x^2 - 9$

- $G = (3x + \sqrt{5})(3x - \sqrt{5})$
 $G = (3x)^2 - (\sqrt{5})^2$
 $G = 9x^2 - 5$

- $H = (\sqrt{2}x - \sqrt{7})(\sqrt{2}x + \sqrt{7})$
 $H = (\sqrt{2}x)^2 - (\sqrt{7})^2$
 $H = 2x^2 - 7$

- $I = (3\sqrt{10} + 4\sqrt{11})(3\sqrt{10} - 4\sqrt{11})$
 $I = (3\sqrt{10})^2 - (4\sqrt{11})^2$
 $I = (9 \times 10) - (16 \times 11)$
 $I = 90 - 176$
 $I = -86$

- $J = (\sqrt{7} - 11)(2\sqrt{7} + 22)$
 $J = \sqrt{7} \times 2\sqrt{7} + \sqrt{7} \times 22 - 11 \times 2\sqrt{7} - 11 \times 22$
 $J = 2 \times 7 + 22\sqrt{7} - 22\sqrt{7} - 242$
 $J = 14 - 242$
 $J = -228$

Troisième colonne : Expressions complexes

- $K = (2x - 3)^2 - (5 + x)^2$
 $K = (4x^2 - 12x + 9) - (25 + 10x + x^2)$
 $K = 4x^2 - 12x + 9 - 25 - 10x - x^2$
 $K = 3x^2 - 22x - 16$

- $L = (3x - \sqrt{2})(3x + \sqrt{2}) - (3 - 2x)^2$
 $L = [(3x)^2 - (\sqrt{2})^2] - [3^2 - 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2]$
 $L = (9x^2 - 2) - (9 - 12x + 4x^2)$



$$L = 9x^2 - 2 - 9 + 12x - 4x^2$$

$$L = 5x^2 + 12x - 11$$

$$\begin{aligned} M &= (-3x - 2)^2 - (2x + 5)^2 + (x - 7)(x + 7) \\ M &= [-(3x + 2)]^2 - (4x^2 + 20x + 25) + (x^2 - 49) \\ M &= (9x^2 + 12x + 4) - 4x^2 - 20x - 25 + x^2 - 49 \\ M &= 9x^2 - 4x^2 + x^2 + 12x - 20x + 4 - 25 - 49 \\ M &= 6x^2 - 8x - 70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= (8x - 7)(8x + 7) + (x + 4)(-5x + 5) \\ N &= [(8x)^2 - 7^2] + [x \times (-5x) + x \times 5 + 4 \times (-5x) + 4 \times 5] \\ N &= (64x^2 - 49) + (-5x^2 + 5x - 20x + 20) \\ N &= 64x^2 - 49 - 5x^2 - 15x + 20 \\ N &= 59x^2 - 15x - 29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= (2 - 3x)(2 + 3x) + 2(x - 2)^2 \\ P &= (2^2 - (3x)^2) + 2(x^2 - 4x + 4) \\ P &= 4 - 9x^2 + 2x^2 - 8x + 8 \\ P &= -7x^2 - 8x + 12 \end{aligned}$$

✓ Solution Exercice 2

Première colonne

$$Q = 2x(3 - x) + 3x(2x + 5)$$

Le facteur commun est x :

$$Q = x[2(3 - x) + 3(2x + 5)]$$

$$Q = x(6 - 2x + 6x + 15)$$

$$Q = x(4x + 21)$$

$$R = 2(x + 2) - x(x + 2)$$

Le facteur commun est $(x + 2)$:

$$R = (x + 2)(2 - x)$$

$$S = (x - 3)(2x + 3) - (x - 3)(1 - x)$$

Le facteur commun est $(x - 3)$:

$$S = (x - 3)[(2x + 3) - (1 - x)]$$

$$S = (x - 3)(2x + 3 - 1 + x)$$

$$S = (x - 3)(3x + 2)$$

$$T = (2x + 5)(3x - 1) + (2x + 5)(x - 3)$$

Le facteur commun est $(2x + 5)$:

$$T = (2x + 5)[(3x - 1) + (x - 3)]$$

$$T = (2x + 5)(3x - 1 + x - 3)$$

$$T = (2x + 5)(4x - 4)$$

$$T = 4(2x + 5)(x - 1)$$

$$U = (2x - 10)(3x + 1) - (3x - 15)(2 - 4x)$$

On fait apparaître le facteur commun $(x - 5)$ en factorisant les coefficients :

$$U = 2(x - 5)(3x + 1) - 3(x - 5)(2 - 4x)$$

$$U = (x - 5)[2(3x + 1) - 3(2 - 4x)]$$

$$U = (x - 5)(6x + 2 - 6 + 12x)$$

$$U = (x - 5)(18x - 4)$$

$$U = 2(x - 5)(9x - 2)$$



Deuxième colonne

- $V = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x - 5)$
 Le facteur commun est $(2x + 1)$:
 $V = (2x + 1)[(2x + 1) - (x - 5)]$
 $V = (2x + 1)(2x + 1 - x + 5)$
 $V = (2x + 1)(x + 6)$
- $W = (3x + 5)^2 - (2 - x)^2$
 On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$:
 $W = [(3x + 5) - (2 - x)][(3x + 5) + (2 - x)]$
 $W = (3x + 5 - 2 + x)(3x + 5 + 2 - x)$
 $W = (4x + 3)(2x + 7)$
- $X = x^2 - 4 + (x + 2)(3 - 2x)$
 On reconnaît $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$:
 $X = (x - 2)(x + 2) + (x + 2)(3 - 2x)$
 $X = (x + 2)[(x - 2) + (3 - 2x)]$
 $X = (x + 2)(x - 2 + 3 - 2x)$
 $X = (x + 2)(1 - x)$
- $Y = 16x^2 - 9 - (4x - 3)x$
 On reconnaît $16x^2 - 9 = (4x - 3)(4x + 3)$:
 $Y = (4x - 3)(4x + 3) - (4x - 3)x$
 $Y = (4x - 3)[(4x + 3) - x]$
 $Y = (4x - 3)(3x + 3)$
 $Y = 3(4x - 3)(x + 1)$
- $Z = (2x - 1)^2 - 16x^2 + 4$
 On réécrit l'expression sous la forme : $Z = (2x - 1)^2 - (16x^2 - 4)$
 On factorise $16x^2 - 4 = 4(4x^2 - 1) = 4(2x - 1)(2x + 1)$:
 $Z = (2x - 1)^2 - 4(2x - 1)(2x + 1)$
 Le facteur commun est $(2x - 1)$:
 $Z = (2x - 1)[(2x - 1) - 4(2x + 1)]$
 $Z = (2x - 1)(2x - 1 - 8x - 4)$
 $Z = (2x - 1)(-6x - 5)$

✓ Solution Exercice 3

Première ligne : Identités remarquables $a^2 + 2ab + b^2$ et $a^2 - 2ab + b^2$

- $A = x^2 + 8x + 16$
 On reconnaît la forme $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ avec $a = x$ et $b = 4$:
 $A = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 = (x + 4)^2$
- $B = 16y^2 - 96y + 144$
 On reconnaît la forme $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ avec $a = 4y$ et $b = 12$:
 $B = (4y)^2 - 2 \times 4y \times 12 + 12^2 = (4y - 12)^2$
 Note : On peut aussi factoriser par 16 au départ pour obtenir $16(y - 3)^2$.
- $C = 49a^2 + 42a + 9$
 On reconnaît la forme $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ avec $a = 7a$ et $b = 3$:
 $C = (7a)^2 + 2 \times 7a \times 3 + 3^2 = (7a + 3)^2$



- $D = 25b^2 - 10b + 1$

On reconnaît la forme $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ avec $a = 5b$ et $b = 1$:

$$D = (5b)^2 - 2 \times 5b \times 1 + 1^2 = (5b - 1)^2$$

Deuxième ligne : Identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

- $E = 4x^2 - 9$

$$E = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$$

- $F = 36x^2 - 121$

$$F = (6x)^2 - 11^2 = (6x - 11)(6x + 11)$$

- $G = 81x^2 - 100$

$$G = (9x)^2 - 10^2 = (9x - 10)(9x + 10)$$

- $H = 9x^2 - 169$

$$H = (3x)^2 - 13^2 = (3x - 13)(3x + 13)$$

- $I = 144x^2 - 49$

$$I = (12x)^2 - 7^2 = (12x - 7)(12x + 7)$$

✓ Solution Exercice 4

1/ **Développer et réduire A :**

$$A = (x - 3)(2x + 3) + 4x^2 - 9$$

$$A = (x \times 2x + x \times 3 - 3 \times 2x - 3 \times 3) + 4x^2 - 9$$

$$A = (2x^2 + 3x - 6x - 9) + 4x^2 - 9$$

$$A = 2x^2 - 3x - 9 + 4x^2 - 9$$

$$A = 6x^2 - 3x - 18$$

2/ **Factoriser A :** On remarque d'abord une identité remarquable dans l'expression : $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$.

$$A = (x - 3)(2x + 3) + (2x - 3)(2x + 3)$$

On identifie le facteur commun $(2x + 3)$:

$$A = (2x + 3)[(x - 3) + (2x - 3)]$$

$$A = (2x + 3)(x - 3 + 2x - 3)$$

$$A = (2x + 3)(3x - 6)$$

Note : On peut encore simplifier en factorisant par 3 dans la deuxième parenthèse : $A = 3(2x + 3)(x - 2)$.

3/ **Calculer la valeur de A :**

- **Pour** $x = 3$, on utilise la forme factorisée :

$$A = (2 \times 3 + 3)(3 \times 3 - 6)$$

$$A = (6 + 3)(9 - 6)$$

$$A = 9 \times 3 = 27$$



- Pour $x = -1$, on utilise la forme développée :

$$A = 6 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) - 18$$

$$A = 6 \times 1 + 3 - 18$$

$$A = 6 + 3 - 18 = -9$$

4/ **Résoudre l'équation $A = 0$** : On utilise la forme factorisée pour obtenir une équation produit nul :

$$(2x + 3)(3x - 6) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins l'un des facteurs est nul :

$$2x + 3 = 0$$

ou

$$3x - 6 = 0$$

$$2x = -3$$

$$3x = 6$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$x = \frac{6}{3} = 2$$

L'équation possède deux solutions : $-\frac{3}{2}$ et **2**.

✓ Solution Exercice 5

1. Développer et réduire B :

$$B = (2x - 5)(x - 9) + 4x^2 - 25 - (2x - 5)^2$$

On développe chaque partie en faisant attention au signe moins devant la parenthèse :

$$B = (2x \times x - 2x \times 9 - 5 \times x + 5 \times 9) + 4x^2 - 25 - ((2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2)$$

$$B = (2x^2 - 18x - 5x + 45) + 4x^2 - 25 - (4x^2 - 20x + 25)$$

$$B = 2x^2 - 23x + 45 + 4x^2 - 25 - 4x^2 + 20x - 25$$

$$B = (2x^2 + 4x^2 - 4x^2) + (-23x + 20x) + (45 - 25 - 25)$$

$$B = \mathbf{2x^2 - 3x - 5}$$

2. Factoriser B : On remarque d'abord l'identité remarquable :

$$4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x - 5)(2x + 5).$$

$$B = (2x - 5)(x - 9) + (2x - 5)(2x + 5) - (2x - 5)^2$$

On identifie le facteur commun $(2x - 5)$:

$$B = (2x - 5)[(x - 9) + (2x + 5) - (2x - 5)]$$

$$B = (2x - 5)(x - 9 + 2x + 5 - 2x + 5)$$

$$B = \mathbf{(2x - 5)(x + 1)}$$

3. Calculer la valeur de B pour $x = -2$: Il est plus simple d'utiliser la forme factorisée obtenue à la question précédente :

$$B = (2 \times (-2) - 5)(-2 + 1)$$

$$B = (-4 - 5)(-1)$$

$$B = (-9) \times (-1)$$

$$B = \mathbf{9}$$



4. **Résoudre l'équation** $B = 0$: On utilise la forme factorisée pour obtenir une équation produit nul :

$$(2x - 5)(x + 1) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins l'un des facteurs est nul :

$$2x - 5 = 0$$

ou

$$x + 1 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = -1$$

$$x = \frac{5}{2}$$

L'équation possède deux solutions : $\frac{5}{2}$ (ou 2,5) et -1 .

✓ Solution Exercice 6

On considère l'expression :

$$E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$$

1/ **Développer et réduire E :**

$$E = (x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2) - (x^2 - 2x - 1x + 2)$$

$$E = (x^2 - 6x + 9) - (x^2 - 3x + 2)$$

$$E = x^2 - 6x + 9 - x^2 + 3x - 2$$

$$E = (x^2 - x^2) + (-6x + 3x) + (9 - 2)$$

$$E = -3x + 7$$

2/ **Dédution du résultat sans calculatrice :**

Observons l'expression numérique proposée : $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$.

Si l'on pose $x = 100\,000$, on remarque que :

- $x - 3 = 100\,000 - 3 = 99\,997$
- $x - 1 = 100\,000 - 1 = 99\,999$
- $x - 2 = 100\,000 - 2 = 99\,998$

Le calcul numérique correspond donc exactement à la valeur de l'expression E pour cette valeur de x . On peut alors utiliser sa forme réduite $-3x + 7$ trouvée à la question précédente :

$$\begin{aligned} 99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998 &= -3 \times 100\,000 + 7 \\ &= -300\,000 + 7 \\ &= -299\,993 \end{aligned}$$

✓ Solution Exercice 7

- **Factorisation de $f(x)$:** On reconnaît la forme $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ avec $a = 4x$ et $b = 1$:

$$f(x) = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 1 + 1^2$$

$$f(x) = (4x + 1)^2$$



- **Factorisation de $g(x)$** : On reconnaît la forme $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ avec $a = 6x$ et $b = 8$:

$$g(x) = (6x)^2 - 2 \times 6x \times 8 + 8^2$$

$$g(x) = (6x - 8)^2$$

Note : On peut aussi factoriser par 4 au début pour obtenir $4(3x - 4)^2$.

- **Factorisation de $h(x)$** : On reconnaît la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = 7x$ et $b = \sqrt{11}$:

$$h(x) = (7x)^2 - (\sqrt{11})^2$$

$$h(x) = (7x - \sqrt{11})(7x + \sqrt{11})$$

- **Factorisation de $u(x)$** : On reconnaît la forme $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ avec $a = 3x$ et $b = 5$:

$$u(x) = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

$$u(x) = (3x + 5)^2$$

- **Factorisation de $v(x)$** : On reconnaît la forme $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ avec $a = 2x$ et $b = 6$:

$$v(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 6 + 6^2$$

$$v(x) = (2x - 6)^2$$

Note : On peut aussi factoriser par 4 au début pour obtenir $4(x - 3)^2$.

- **Factorisation de $w(x)$** : On reconnaît la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = \sqrt{7}x$ et $b = \sqrt{3}$:

$$w(x) = (\sqrt{7}x)^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$w(x) = (\sqrt{7}x - \sqrt{3})(\sqrt{7}x + \sqrt{3})$$

- **Factorisation de $m(x)$** : On reconnaît la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = 9x$ et $b = 5$:

$$m(x) = (9x)^2 - 5^2$$

$$m(x) = (9x - 5)(9x + 5)$$

- **Factorisation de $n(x)$** : On reconnaît la forme $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ avec $a = \sqrt{2}x$ et $b = 3$ (car $2 \times \sqrt{2}x \times 3 = 6\sqrt{2}x$) :

$$n(x) = (\sqrt{2}x)^2 + 2 \times \sqrt{2}x \times 3 + 3^2$$

$$n(x) = (\sqrt{2}x + 3)^2$$