

Devoir surveillé n°3

Modèle 3

2 BIOF PC et SVT

S. EL JAAFARI

Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

$$\circledast \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$$

$$\circledast \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + x - 9}{2x^2 - 3x + 1}$$

$$\circledast \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 5}{x^2 + 4x - 3}$$

$$\circledast \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 10)(x^2 - 2x - 3)$$

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = 2 + x^2 - x & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x + 2} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

1/ Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2/ Montrer que f est continue en 1.

3/ a) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

b) Dédire que f n'est pas dérivable en 1.

4/ soit g la restriction de f sur l'intervalle $I =]-\infty, 1[$.

a) Vérifier que pour tout x de $I =]-\infty, 1[$: $g(x) = \frac{x - 3}{x - 2}$.

b) Dresser le tableau de variation de g sur $I =]-\infty, 1[$.

c) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.

d) Calculer $g(0)$ et en déduire $g^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$.

e) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout x de J .

Exercice 3

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$\circledast f(x) = (x^2 + x + 1)^3$$

$$\circledast g(x) = \frac{1}{(3x + 2)^3}$$

$$\circledast h(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$$

$$* \quad k(x) = x\sqrt{x-1}$$

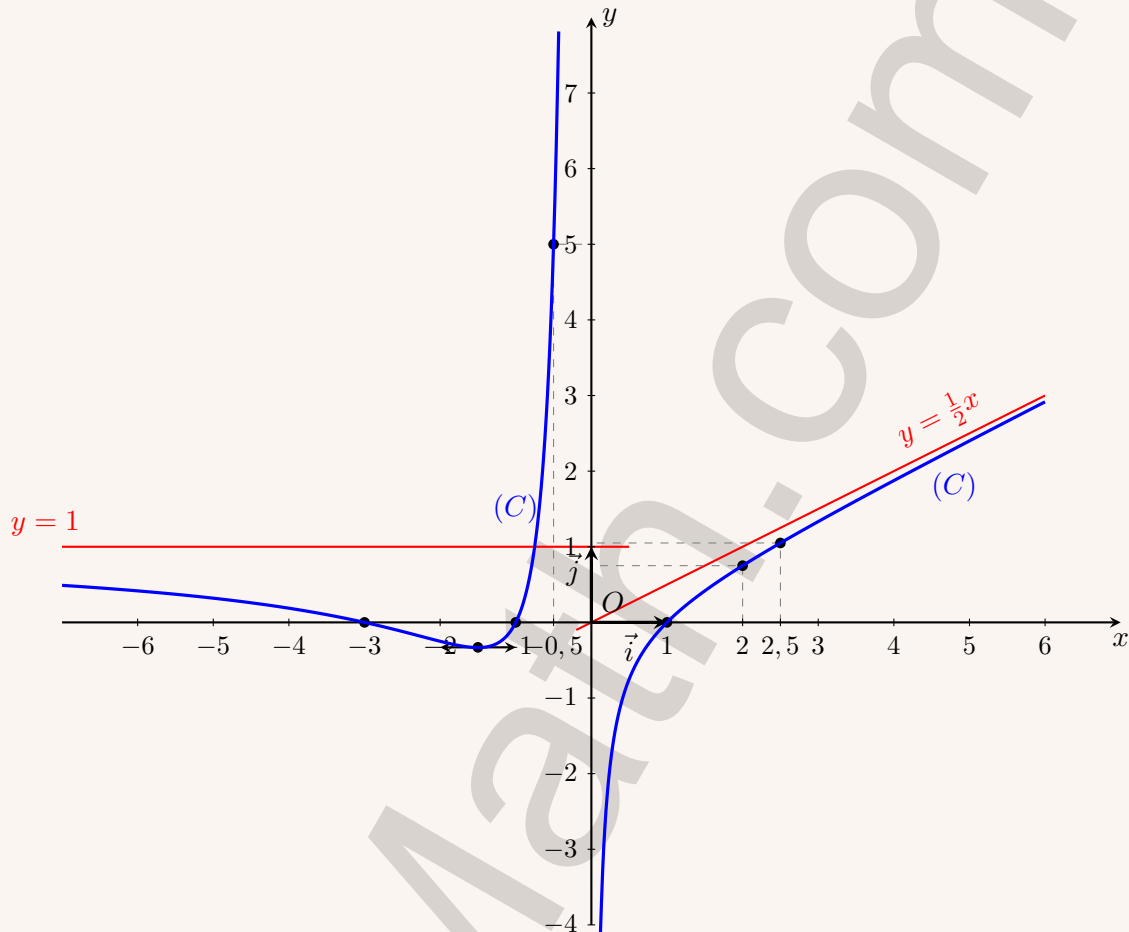
$$* \quad u(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 3$$

$$* \quad v(x) = \frac{5x+2}{1-x}$$



Exercice 4

Le graphique ci-dessous représente la courbe d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



1/ Déterminer D_f le domaine de définition de f .

2/ Calculer les limites :

$$* \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$* \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$* \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$* \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$* \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$* \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right)$$

3/ Résoudre graphiquement les équations $f(x) = 0$ et $f'(x) = 0$

4/ Résoudre graphiquement les inéquations $f(x) \leq 0$; $f(x) > 0$; $f'(x) > 0$ et $f(x) < \frac{1}{2}x$.

5/ Dresser le tableau de variation de la fonction f .