



Devoir surveillé n°1

Modèle 3



T C S

S. EL JAAFARI



Exercice 1

- I- 1/ Soit n un entier naturel. **Étudier la parité** du nombre $A = n^2 + 5n + 4$.
2/ **Déterminer** la parité du nombre $B = (2n + 1)^2 - 1$, puis **en déduire** que B est un multiple de 8.
- II- 1/ **Déterminer** tous les entiers naturels n tels que le nombre $(n + 1)$ divise $(2n + 5)$.
2/ On considère deux entiers naturels a et b tels que le reste de la division euclidienne de a par 11 est 4, et le reste de la division euclidienne de b par 11 est 7.
a) **Déterminer** le reste de la division euclidienne de $a + b$ par 11.
b) **Montrer** que le nombre $a^2 + b^2 + 4$ est un multiple de 11.
- III- On considère les deux entiers naturels : $x = 1512$ et $y = 720$.
1/ **Donner** la décomposition en facteurs premiers de x et de y .
2/ **Calculer** PGCD(x, y) et PPCM(x, y).
3/ **Déterminer** le plus petit entier naturel non nul k pour lequel le nombre $k \cdot x$ soit un carré parfait.
4/ **Simplifier** la fraction $\frac{x}{y}$ pour la rendre irréductible.



Exercice 2

Soit ABC un triangle non aplati du plan.

- 1/ On considère les points I et J définis par les relations vectorielles suivantes :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$$

Montrer que pour tout point M du plan, on a la relation :

$$3\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MJ} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$$

- 2/ Soit K le point défini par la relation : $3\overrightarrow{KI} - \overrightarrow{KJ} = \vec{0}$.

- a) **Exprimer** le vecteur $\overrightarrow{AK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
b) En déduire que le point K appartient à la droite (BC) .

- 3/ Soit L le milieu du segment $[IC]$ et E le point tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

- a) **Exprimer** les vecteurs $\overrightarrow{BL}$ et $\overrightarrow{BE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
b) **Montrer** que les points B, L et E sont alignés.

- 4/ **Déterminer**, en justifiant rigoureusement, l'intersection des droites (IJ) et (BC) .



Exercice 3



Soit ABC un triangle non aplati du plan.

- Soit I le milieu du segment $[AB]$.
- On considère le point E de la droite (BC) tel que : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
- Soit p la projection sur la droite (AC) parallèlement à la droite (IE) .

1/ **Construire** une figure soignée traduisant les données du problème.

2/ Soit J le projeté du point B sur la droite (AC) parallèlement à la droite (IE) (c'est-à-dire $J = p(B)$).

a) **Justifier** que $p(A) = A$.

b) En considérant la projection des points A , I et B , **montrer** que le point I est le milieu du segment $[AJ]$.

3/ Soit K le projeté du point E sur la droite (AC) parallèlement à la droite (IE) (c'est-à-dire $K = p(E)$).

a) En utilisant la propriété de conservation du coefficient de colinéarité, **montrer** que :

$$\overrightarrow{JK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{JC}$$

b) En déduire que : $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AJ}$.

4/ **Déterminer** la position relative des droites (BJ) et (IE) . Justifier brièvement.

Bon courage