



Devoir surveillé 1

Modèle 2



T C S

S. EL JAAFARI



Exercice 1

1/ **Déterminer** la parité des nombres suivants en justifiant votre réponse avec rigueur :

- $A = 4n^2 + 4n + 7 \quad (n \in \mathbb{N})$
- $B = (n + 1)(n + 2) + 5 \quad (n \in \mathbb{N})$

2/ On considère les deux nombres entiers : $x = 420$ et $y = 360$.

- Décomposer** x et y en produits de facteurs premiers.
- En déduire** le PGCD(x, y) et le PPCM(x, y).
- Déterminer** le nombre total de diviseurs de x .

3/ **Démontrer** que pour tout entier naturel n , le nombre $N = n(n^2 + 5)$ est un multiple de 6.



Exercice 2

Soit ABC un triangle non aplati du plan.

1/ **Construire** sur votre copie le triangle ABC , puis **placer** les points M et N définis par les relations vectorielles suivantes :

- $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$

2/ a) **Exprimer** le vecteur $\overrightarrow{CM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b) **Exprimer** le vecteur $\overrightarrow{CN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3/ **Montrer** que $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{MC}$. Que peut-on en déduire pour les points C, M et N ?

4/ Soit I le milieu du segment $[BC]$. **Montrer** que $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.



Exercice 3

Soit ABC un triangle. Soit E un point du segment $[AB]$ tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

La droite passant par E et parallèle à (BC) coupe la droite (AC) au point F .

1/ **Faire une figure** claire et précise illustrant les données de l'exercice.

2/ On considère la projection p sur la droite (AC) parallèlement à la droite (BC) .

- Déterminer** les images par p des points A, B et E .



b) En utilisant la propriété de conservation du coefficient de colinéarité par la projection,

montrer que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}$.

3/ Soit I le milieu du segment $[BC]$. La droite passant par I et parallèle à (AC) coupe la droite (AB) en un point J .

a) **Montrer** que J est le milieu du segment $[AB]$.

b) **En déduire** l'expression du vecteur $\overrightarrow{EJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.



Exercice 4

1/ On considère deux entiers naturels non nuls a et b tels que :

$$a^2 - b^2 = 24$$

a) **Montrer** que a et b ont la même parité (c'est-à-dire qu'ils sont soit tous les deux pairs, soit tous les deux impairs).

b) **Déterminer** tous les couples (a, b) d'entiers naturels qui vérifient cette égalité.

2/ Soit n un entier naturel. On pose $A = n^3 - n$.

a) **Montrer** que A est toujours divisible par 6 pour tout $n \in \mathbb{N}$.

b) En déduire que si n est impair, alors A est divisible par 24.

3/ On cherche deux entiers naturels x et y ($x > y$) qui vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} x \cdot y = 1728 \\ \text{PPCM}(x, y) = 12 \cdot \text{PGCD}(x, y) \end{cases}$$

a) En posant $d = \text{PGCD}(x, y)$, rappelez la relation fondamentale entre le produit $x \cdot y$, $\text{PGCD}(x, y)$ et $\text{PPCM}(x, y)$, puis **calculer** la valeur de d .

b) **Déterminer** alors tous les couples (x, y) uniques solutions du système.

Bon courage