Modèle 1
DS2 S1

1 BAC SM — S. EL JAAFARI

Exercice 1

Soient f et g deux fonctions numériques, et C_f , C_g leurs courbes respectives dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, telles que :

$$f(x)=\frac{3x-3}{2x-3} \quad \text{et} \quad g(x)=\sqrt{x+1}$$

1/ **a)** Déterminer D_f et le tableau de variation de f .

b) Déterminer D_g et le tableau de variation de g .

2/ **a)** Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de C_f .

b) Vérifier que $A(0;1)$ et $B(3;2)$ sont deux points communs de C_f et C_g .

c) Construire C_f et C_g .

d) Déterminer graphiquement $f\left(\left]-\infty;\frac{6}{5}\right]\right)$ et $f\left(\left]\frac{3}{2};+\infty\right[\right)$.

3/ On considère la fonction h telle que $h=g\circ f$.

a) déterminer D_h .

b) Étudier la monotonie de h sur les deux intervalles $\left]-\infty;\frac{6}{5}\right]$, $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$.

c) Dresser le tableau de variation de h .

d) Montrer que : $\forall x\in\left]-\infty;\frac{6}{5}\right]$, $0\leq h(x)\leq\sqrt{\frac{5}{2}}$

e) Calculer $h(x)$ pour $x\in D_h$.

Exercice 2

ABC un triangle et Q un point tel que $5\,\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{CB}$.

1/ Montrer que Q est le barycentre du système pondéré $\{(C,4);(B,1)\}$.

2/ Soit P le barycentre des points pondérés $(A,-1)\,;(C,4)$. Montrer que C est le barycentre des points pondérés $(A,1)\,;(P,3)$.

3/ Montrer que Q est le barycentre des points pondérés $(A,1)\,;(B,1)\,;(P,3)$.

4/ Soit I le milieu du segment $[AB]$. Montrer que P, Q et I sont alignés.

5/ Le plan étant muni d'un repère orthonormé, on suppose que $A(-1,2)$, $B(-3,-1)$ et $C(2,-1)$. Déterminer les coordonnées des points Q et P.

DimaMath.com

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2\cos x - x$

1/ **a)** Montrer pour tout x de $I = [0\,;\,\pi]$: $-\pi - 2 \leq f(x) \leq 2$.

b) Étudier la monotonie de la fonction $x \mapsto \cos x$ sur l'intervalle I.

c) Déduire la monotonie de la fonction f.

2/ On pose : $g(x) = f(4x)$.
Étudier la monotonie de la fonction g sur l'intervalle $\left[0\,;\,\frac{\pi}{4}\right]$.

3/ On pose : $h(x) = (2\cos x - x)^2$.

a. Déterminer une fonction u vérifiant $h = u \circ f$.

b. Déterminer la monotonie de h sur $\left[0\,;\,\frac{\pi}{4}\right]$.

Exercice 4

ABC est un triangle tel que $AB = 6$, $AC = 4$ et $BC = 5$ et G est le centre de gravité de ABC.
Déterminer et construire (ζ) l'ensemble des points M dans chaque cas :

1/ $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 6$

2/ $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|$

3/ $\left\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\|$.

Exercice 5

On considère l'ensemble (C_m) définie par l'équation cartésienne

$$x^2 + y^2 - 2mx + (m+2)y - 3m - 4 = 0 \quad \text{tel que} \quad m \in \mathbb{R}$$

1/ Montrer que (C_m) est un cercle en déterminant son centre et son rayon en fonction de m.

2/ Déterminer (D) l'ensemble des centres des cercles quand m varie sur $\mathbb{R}$.

3/ Montrer que tous ces cercles passent par deux points A et B fixes en les déterminant, puis vérifier que $(AB) \perp (D)$.

4/ Trouver les cercles tangentes à la droite (Δ) d'équation $x + 2y + 2 = 0$.

★ Le gramme d'effort que tu fournis aujourd'hui, sera le kilogramme de réussite que tu récolteras demain. ★

DimaMath.com